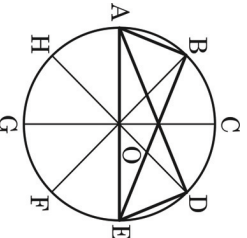


Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

Для записи решений к заданиям 13–15 используйте отдельные подписанный лист. Запишите сначала номер задания, а затем его полное решение.

- 13** Дан правильный восьмиугольник $ABCDEFGH$. Докажите, что треугольники ABE и EDA равны, а прямые VD и AE параллельны.



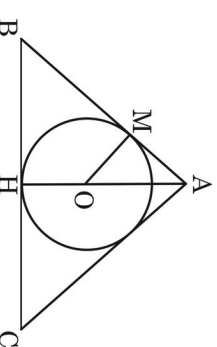
- 1) У треугольников ADE и EBA по условию $ED=AB$, а сторона AE – общая. $\angle AOE = 360^\circ : 8 \cdot 4 = 180^\circ$, где O – центр правильного восьмиугольника. Следовательно AOE – диаметр окружности, описанной около правильного восьмиугольника, а $\angle ADE = \angle EBA = 90^\circ$, как опирающиеся на диаметр. Прямоугольные треугольники ADE и EBA равны по катету и гипотенузе.
- 2) $\angle AOC = \angle AOG = 360^\circ : 8 \cdot 2 = 90^\circ$, следовательно, прямые CG и AE пересекаются в точке O и они перпендикулярны. Треугольник VCD равнобедренный (по условию $VC=CD$). Диагональ CG правильного восьмиугольника содержит биссектрису угла C треугольника VCD , проведенную к его основанию VD , следовательно, содержит и высоту равнобедренного треугольника VCD . То есть прямые VD и CG перпендикулярны. Прямая CG перпендикулярна прямой AE и VD , следовательно, прямые AE и VD параллельны. Что и требовалось доказать.

Содержание критерия	Балл
Показаны оба из предложенных в задании утверждений.	2
Показано только одно из утверждений.	1
Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.	0

- 14** В равнобедренный треугольник ABC с основанием BC вписана окружность. Она касается стороны AB в точке M . Найдите радиус окружности, если $AM = 6$ и $BM = 9$.

Решение.

1) Пусть AN – высота равнобедренного треугольника ABC . Из свойств равнобедренного треугольника ABC следует, что AN – биссектриса этого треугольника. Поэтому центр O вписанной в треугольник окружности лежит на отрезке AN , и окружность касается основания BC данного треугольника в точке N .



- 2) Поскольку отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны, получаем: $BM = MN = 9$.
- 3) В прямоугольном треугольнике ABN $AB = AM + MB$, $AB = 15$ и $AN = \sqrt{AB^2 - BN^2}$, $AN = 12$.
- 4) Прямоугольный треугольник ABN подобен прямоугольному треугольнику AOM (по двум углам). Откуда $\frac{AN}{AM} = \frac{BN}{OM}$. Получаем: $OM = \frac{BN \cdot AM}{AN}$, $OM = \frac{9}{2}$.

Содержание критерия	Балл
Ход решения правильный. Решение завершено.	
Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.	2
Ход решения правильный. Решение завершено. Допущена одна ошибка и/или вычислительная ошибка, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этих недочетов возможен неверный ответ.	1
Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.	0

15

Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H , а медианы – в точке M . Точка K – середина отрезка MH . Найдите площадь треугольника AKC , если известно, что $AB = 6\sqrt{2}$, $CH = 4\sqrt{2}$, $\angle BAC = 45^\circ$.

По условию высоты треугольника ABC пересекаются, следовательно, точка H их пересечения расположена внутри этого треугольника.

1) Пусть CP – высота, а BL – медиана треугольника ABC .

Обозначим: H_1, K_1, M_1 – основания перпендикуляров, проведенных соответственно

из точек H, K, M к прямой AC . В прямоугольном треугольнике APC $\angle PAC = 45^\circ$, следовательно, $\angle PCA = 45^\circ$.

2) В прямоугольном треугольнике HH_1C $\angle HCH_1 = 45^\circ$, катеты равны: $CH_1 = HH_1$, $HH_1 = CH \cdot \sin 45^\circ$, $HH_1 = 4$, $CH_1 = 4$.

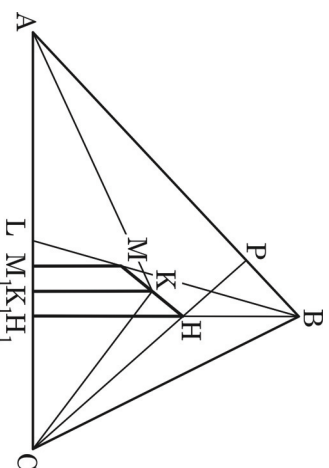
В прямоугольном равнобедренном треугольнике BH_1A катеты равны: $AH_1 = BH_1$, $BH_1 = AB \cdot \sin 45^\circ$, $BH_1 = 6$, $AH_1 = 6$.

3) Треугольник BH_1L подобен треугольнику MM_1L (по двум углам), $\frac{BH_1}{MM_1} = \frac{BL}{ML} = \frac{3}{1}$ (по свойству медиан треугольника). Отсюда $MM_1 = \frac{1}{3}BH_1$, $MM_1 = 2$.

4) Из теоремы Фалеса следует, что отрезок KK_1 является средней линией трапеции HH_1M_1M , поэтому $KK_1 = \frac{HH_1 + MM_1}{2}$, $KK_1 = 3$.

5) Поскольку $AC = AH_1 + H_1C$, $AC = 10$.

Отсюда $S_{\Delta AKC} = \frac{1}{2}AC \cdot KK_1$, $S_{\Delta AKC} = 15$.



Содержание критерия	Балл
<p>Найден верный способ решения.</p> <p>Приведена последовательность всех шагов решения:</p> <p>1) найдена величина угла $\angle PCA$;</p> <p>2) решены прямоугольные треугольники HH_1C и BH_1A;</p> <p>3) установлено подобие треугольников BH_1L и MM_1L, и найдена сторона MM_1;</p> <p>4) вычислена средняя линия KK_1 трапеции HH_1M_1M;</p> <p>5) вычислена площадь треугольника AKC.</p> <p>Обоснованы ключевые моменты выбранного способа решения:</p> <p>а) прямоугольные треугольники BH_1L и MM_1L подобны;</p> <p>б) отрезок KK_1 является средней линией трапеции HH_1M_1M.</p> <p>Верно выполнены все преобразования и вычисления.</p> <p>Получен верный ответ.</p>	3
<p>Приведена верная последовательность всех шагов решения. Явно описаны или могут быть отмечены на чертеже свойства представленных в условии фигур и их элементов, которые играют ключевую роль в решении задачи.</p> <p>Допустимо отсутствие обоснований или неточности в обоснованиях ключевых моментов решения. Приведенные в решении обоснования не содержат грубых ошибок.</p> <p>Допустима одна ошибка и/или вычислительная ошибка, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате ошибки или описки может быть получен неверный ответ.</p>	2
<p>Ход решения правильный, но решение, возможно, не завершено: найдены величина угла $\angle PCA$ и длины отрезков HH_1, H_1C, H_1A и BH_1.</p> <p>Допустимо отсутствие обоснований ключевых моментов решения. Приведенные в решении обоснования не содержат грубых ошибок.</p> <p>Допустимы ошибки в вычислениях или в преобразованиях, не влияющие на правильность хода решения. В результате этих ошибок может быть получен неверный ответ.</p>	1
<p>Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3 балла.</p>	0