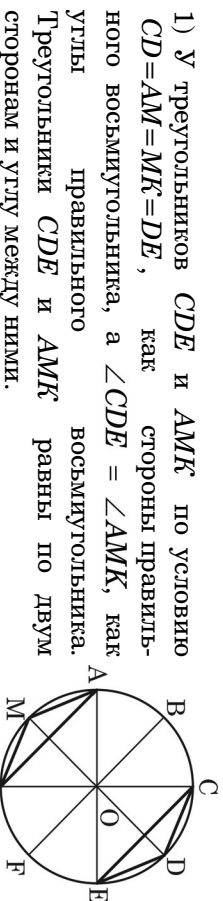


Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

Для записи решений к заданиям 13 – 15 используйте отдельный подписанный лист. Запишите сначала номер задания, а затем его полное решение.

- 13** Дан правильный восьмиугольник $ABCDEFGH$. Докажите, что треугольники CDE и AMK равны, а прямые DM и AK перпендикулярны.



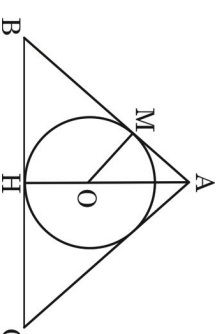
- 1) У треугольников CDE и AMK по условию $CD=AM=MK=DE$, как стороны правильного восьмиугольника, а $\angle CDE = \angle AMK$, как углы правильного восьмиугольника. Треугольники CDE и AMK равны по двум сторонам и углу между ними.
- 2) Треугольник AMK равнобедренный (по условию $AM=MK$).

$\angle MOD = 360^\circ : 8 \cdot 4 = 180^\circ$, где O – центр правильного восьмиугольника. Тогда диагональ MD правильного восьмиугольника содержит биссектрису угла M треугольника AMK , проведенную к его основанию AK , следовательно, содержит и высоту равнобедренного треугольника AMK . То есть прямые MD и AK перпендикулярны.

Что и требовалось доказать.

Содержание критерия	Балл
Показаны оба из предложенных в задании утверждений.	2
Показано только одно из утверждений.	1
Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.	0

- 14** В равнобедренный треугольник ABC с основанием BC вписана окружность. Она касается стороны AB в точке M . Найдите радиус окружности, если $AM = 3$ и $BM = 12$.



Решение. 1) Пусть AN – высота равнобедренного треугольника ABC . Из свойств равнобедренного треугольника ABC следует, что AN – биссектриса этого треугольника. Поэтому центр O вписанной в треугольник окружности лежит на отрезке AN , и окружность касается основания BC данного треугольника в точке N .

- 2) Поскольку отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны, получаем: $BN = BM = 12$.

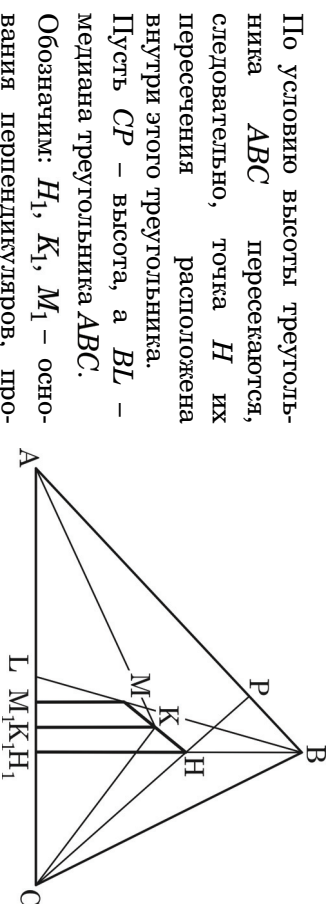
- 3) В прямоугольном треугольнике ABN $AB = AM + MB$, $AB = 15$ и $AN = \sqrt{AB^2 - BN^2}$, $AN = 9$.

- 4) Прямоугольный треугольник ABN подобен прямоугольному треугольнику AOM (по двум углам). Откуда $\frac{AN}{AM} = \frac{BN}{OM}$. Получаем:

$$OM = \frac{BN \cdot AM}{AN}, \quad OM = 4.$$

Содержание критерия	Балл
Ход решения правильный. Решение завершено.	2
Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.	
Ход решения правильный. Решение завершено. Допущена одна ошибка и/или вычислительная ошибка, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этих недочетов возможен неверный ответ.	1
Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.	0

- 15** Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H , а медианы – в точке M . Точка K – середина отрезка MH . Найдите площадь треугольника AKC , если известно, что $AB = 6\sqrt{2}$, $CH = 3\sqrt{2}$, $\angle BAC = 45^\circ$.



- По условию высоты треугольника ABC пересекаются, следовательно, точка H их пересечения расположена внутри этого треугольника. Пусть CP – высота, а BL – медиана треугольника ABC .
Обозначим: H_1 , K_1 , M_1 – основания перпендикуляров, проведенных соответственно из точек H , K , M к прямой AC .
1) В прямоугольном треугольнике APC $\angle PAC = 45^\circ$, следовательно, $\angle PCA = 45^\circ$.
2) В прямоугольном треугольнике HN_1C $\angle HCN_1 = 45^\circ$, катеты равны: $CH_1 = HN_1$, $HN_1 = CH \sin 45^\circ$, $HN_1 = 3$, $CH_1 = 3$. В прямоугольном равнобедренном треугольнике BH_1A катеты равны: $AH_1 = BH_1$, $BH_1 = AB \cdot \sin 45^\circ$, $BH_1 = 6$, $AH_1 = 6$.
3) Треугольник BH_1L подобен треугольнику MM_1L (по двум углам), $\frac{BH_1}{MM_1} = \frac{BL}{ML} = \frac{3}{1}$ (по свойству медиан треугольника). Отсюда $MM_1 = \frac{1}{3}BH_1$, $MM_1 = 2$.
4) Из теоремы Фалеса следует, что отрезок KK_1 является средней линией трапеции HH_1M_1M , поэтому $KK_1 = \frac{HH_1 + MM_1}{2}$, $KK_1 = \frac{5}{2}$.
5) Поскольку $AC = AH_1 + H_1C$, $AC = 9$.
Отсюда $S_{AKC} = \frac{1}{2}AC \cdot KK_1$, $S_{AKC} = \frac{45}{4}$.

Содержание критерия	Балл
<p>Найден верный способ решения. Приведена последовательность всех шагов решения: 1) найдена величина угла $\angle PCA$; 2) решены прямоугольные треугольники HN_1C и BH_1A; 3) установлено подобие треугольников BH_1L и MM_1L, и найдена сторона MM_1; 4) вычислена средняя линия KK_1 трапеции HH_1M_1M; 5) вычислена площадь треугольника AKC. Обоснованы ключевые моменты выбранного способа решения: а) прямоугольные треугольники BH_1L и MM_1L подобны; б) отрезок KK_1 является средней линией трапеции HH_1M_1M. Верно выполнены все преобразования и вычисления. Получен верный ответ.</p>	3
<p>Приведена верная последовательность всех шагов решения. Явно описаны или могут быть отмечены на чертеже свойства представленных в условии фигур и их элементов, которые играют ключевую роль в решении задачи. Допустимо отсутствие обоснований или неточности в обоснованиях ключевых моментов решения. Приведенные в решении обоснования не содержат грубых ошибок. Допустима одна ошибка и/или вычислительная ошибка, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате ошибки или описки может быть получен неверный ответ.</p>	2
<p>Ход решения правильный, но решение, возможно, не завершено: найдены величина угла $\angle PCA$ и длины отрезков HH_1, H_1C, H_1A и BH_1. Допустимо отсутствие обоснований ключевых моментов решения. Приведенные в решении обоснования не содержат грубых ошибок. Допустимы ошибки в вычислениях или в преобразованиях, не влияющие на правильность хода решения. В результате этих ошибок может быть получен неверный ответ.</p>	1
<p>Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3 балла.</p>	0