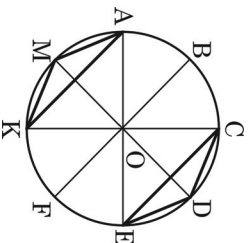


Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

Для записи решений к заданиям 13–15 используйте отдельный подписанный лист. Запишите сначала номер задания, а затем его полное решение.

- 13** Дан правильный восьмиугольник $ABCDEFGM$. Докажите, что треугольники CDE и AMK равны, а прямые CE и AK параллельны.

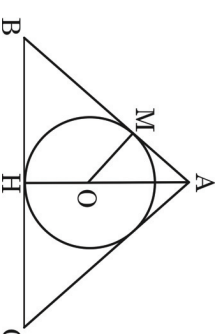
- 1) У треугольников CDE и AMK по условию $CD=AM=MK=DE$, как стороны правильного восьмиугольника, а $\angle CDE = \angle AMK$, как углы правильного восьмиугольника. Треугольники CDE и AMK равны по двум сторонам и углу между ними.
- 2) Треугольник AMK равнобедренный (по условию $AM=MK$). $\angle MOD = 360^\circ : 8 \cdot 4 = 180^\circ$,



где O – центр правильного восьмиугольника. Тогда диагональ MD правильного восьмиугольника содержит биссектрису угла M треугольника AMK , проведенную к его основанию AK , следовательно, содержит и высоту равнобедренного треугольника AMK . То есть прямые MD и AK перпендикулярны. Треугольник CDE равнобедренный (по условию $CD=DE$). Диагональ DM правильного восьмиугольника содержит биссектрису угла D треугольника CDE , проведенную к его основанию CE , следовательно, содержит и высоту равнобедренного треугольника CDE . То есть прямые MD и CE перпендикулярны. Прямая MD перпендикулярна прямым CE и AK , следовательно, они параллельны. Что и требовалось доказать.

Содержание критерия	Балл
Показаны оба из предложенных в задаче утверждений.	2
Показано только одно из утверждений.	1
Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.	0

- 14** В равнобедренный треугольник ABC с основанием BC вписана окружность. Она касается стороны AB в точке M . Найдите радиус окружности, если $AM = 4$ и $BM = 16$.



Решение. 1) Пусть AN – высота равнобедренного треугольника ABC . Из свойств равнобедренного треугольника ABC следует, что AN – биссектриса этого треугольника. Поэтому центр O вписанной в треугольник окружности лежит на отрезке AN , и окружность касается основания BC данного треугольника в точке N .

- 2) Поскольку отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны, получаем: $BN = BM = 16$.

- 3) В прямоугольном треугольнике ABN

$$AB = AM + MB, AB = 20 \text{ и } AN = \sqrt{AB^2 - BN^2}, AN = 12.$$

- 4) Прямоугольный треугольник ABN подобен прямоугольному треугольнику AOM (по двум углам). Откуда $\frac{AN}{AM} = \frac{BN}{OM}$. Получаем:

$$OM = \frac{BN \cdot AM}{AN}, OM = \frac{16}{3}.$$

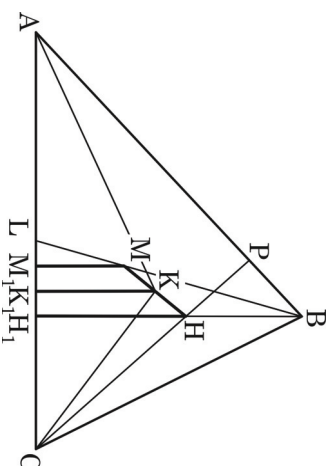
Содержание критерия	Балл
Ход решения правильный. Решение завершено. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.	2
Ход решения правильный. Решение завершено. Допущена одна ошибка и/или вычислительная ошибка, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этих недочетов возможен неверный ответ.	1
Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.	0

15

Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H , а медианы – в точке M . Точка K – середина отрезка MH . Найдите площадь треугольника AKC , если известно, что $AB = 18\sqrt{2}$, $CH = 12\sqrt{2}$, $\angle BAC = 45^\circ$.

По условию высоты треугольника ABC пересекаются, следовательно, точка H их пересечения расположена внутри этого треугольника.

1) Пусть CP – высота, а BL – медиана треугольника ABC .



Обозначим: H_1 , K_1 , M_1 – основания перпендикуляров, проведенных соответственно из точек H , K , M к прямой AC . В прямоугольном треугольнике APC $\angle PAC = 45^\circ$, следовательно, $\angle PCA = 45^\circ$.

2) В прямоугольном треугольнике HH_1C $\angle HCH_1 = 45^\circ$, катеты равны: $CH_1 = HH_1$, $HH_1 = CH \cdot \sin 45^\circ$, $HH_1 = 12$, $CH_1 = 12$. В прямоугольном равнобедренном треугольнике BH_1A катеты равны: $AH_1 = BH_1$, $BH_1 = AB \cdot \sin 45^\circ$, $BH_1 = 18$, $AH_1 = 18$.

3) Треугольник BH_1L подобен треугольнику MM_1L (по двум углам), $\frac{BH_1}{MM_1} = \frac{BL}{ML} = \frac{3}{1}$ (по свойству медиан треугольника). Отсюда $MM_1 = \frac{1}{3}BH_1$, $MM_1 = 6$.

4) Из теоремы Фалеса следует, что отрезок KK_1 является средней линией трапеции HH_1M_1M , поэтому $KK_1 = \frac{HH_1 + MM_1}{2}$, $KK_1 = 9$.

5) Поскольку $AC = AH_1 + H_1C$, $AC = 30$.

Отсюда $S_{\Delta AKC} = \frac{1}{2}AC \cdot KK_1$, $S_{\Delta AKC} = 135$.

Содержание критерия	Балл
<p>Найден верный способ решения.</p> <p>Приведена последовательность всех шагов решения:</p> <p>1) найдена величина угла $\angle PCA$;</p> <p>2) решены прямоугольные треугольники HH_1C и BH_1A;</p> <p>3) установлено подобие треугольников BH_1L и MM_1L, и найдена сторона MM_1;</p> <p>4) вычислена средняя линия KK_1 трапеции HH_1M_1M;</p> <p>5) вычислена площадь треугольника AKC.</p> <p>Обоснованы ключевые моменты выбранного способа решения:</p> <p>а) прямоугольные треугольники BH_1L и MM_1L подобны;</p> <p>б) отрезок KK_1 является средней линией трапеции HH_1M_1M.</p> <p>Верно выполнены все преобразования и вычисления.</p> <p>Получен верный ответ.</p>	3
<p>Приведена верная последовательность всех шагов решения.</p> <p>Явно описаны или могут быть отмечены на чертеже свойства представленных в условии фигур и их элементов, которые играют ключевую роль в решении задачи.</p> <p>Допустимо отсутствие обоснований или неточности в обоснованиях ключевых моментов решения. Приведенные в решении обоснования не содержат грубых ошибок.</p> <p>Допустима одна ошибка и/или вычислительная ошибка, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате ошибки или описки может быть получен неверный ответ.</p>	2
<p>Ход решения правильный, но решение, возможно, не завершено: найдены величина угла $\angle PCA$ и длины отрезков HH_1, H_1C, H_1A и BH_1.</p> <p>Допустимо отсутствие обоснований ключевых моментов решения. Приведенные в решении обоснования не содержат грубых ошибок.</p> <p>Допустимы ошибки в вычислениях или в преобразованиях, не влияющие на правильность хода решения. В результате этих ошибок может быть получен неверный ответ.</p>	1
<p>Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3 балла.</p>	0