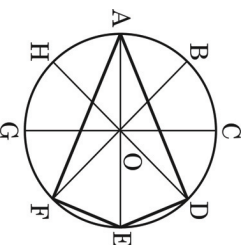


**Критерии оценивания заданий с развернутым ответом**

*Для записи решений к заданиям 13 – 15 используйте отдельный подписанный лист. Запишите сначала номер задания, а затем его полное решение.*

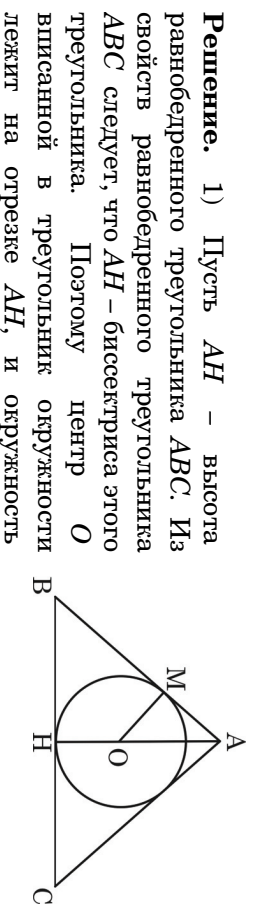
- 13** Дан правильный восьмиугольник  $ABSCDEFGH$ . Докажите, что треугольники  $ADE$  и  $EFA$  равны, а прямые  $DF$  и  $AE$  перпендикулярны.



- 1) У треугольников  $ADE$  и  $EFA$  по условию  $ED=EF$ , а сторона  $AE$  – общая.  
 $\angle AOE = 360^\circ : 8 \cdot 4 = 180^\circ$ , следовательно,  $AE$  – диаметр окружности с центром  $O$ , описанной около правильного восьмиугольника, а  $\angle ADE = \angle EFA = 90^\circ$ , как вписанные углы, опирающиеся на диаметр. Прямоугольные треугольники  $ADE$  и  $EFA$  равны по катету и гипотенузе.  
 2)  $DF=EF$ , как стороны правильного восьмиугольника, следовательно, треугольник  $DEF$  – равнобедренный. Диагональ  $EA$  содержит и бисектрису угла  $E$  треугольника  $DEF$ , следовательно, содержит и высоту равнобедренного треугольника  $DEF$ , проведенную к его основанию  $DF$ . То есть прямые  $FD$  и  $AE$  перпендикулярны.  
 Что и требовалось доказать.

Содержание критерия	Балл
Показаны оба из предложенных в задаче утверждений.	2
Показано только одно из утверждений.	1
Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.	0

- 14** В равнобедренный треугольник  $ABC$  с основанием  $BC$  вписана окружность. Она касается стороны  $AB$  в точке  $M$ . Найдите радиус окружности, если  $AM = 12$  и  $BM = 18$ .



- Решение.** 1) Пусть  $AN$  – высота равнобедренного треугольника  $ABC$ . Из свойств равнобедренного треугольника  $ABC$  следует, что  $AN$  – биссектриса этого треугольника. Поэтому центр  $O$  вписанной в треугольник окружности лежит на отрезке  $AN$ , и окружность касается основания  $BC$  данного треугольника в точке  $N$ .  
 2) Поскольку отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны, получаем:  $BM = BN = 18$ .  
 3) В прямоугольном треугольнике  $ABN$   $AB = AM + MB$ ,  $AB = 30$  и  $AN = \sqrt{AB^2 - BN^2}$ ,  $AN = 24$ .  
 4) Прямоугольный треугольник  $ABN$  подобен прямоугольному треугольнику  $AOM$  (по двум углам). Откуда  $\frac{AN}{AM} = \frac{BN}{OM}$ . Получаем:  $OM = \frac{BN \cdot AM}{AN}$ ,  $OM = 9$ .

Содержание критерия	Балл
Ход решения правильный. Решение завершено. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.	2
Ход решения правильный. Решение завершено. Допущена одна ошибка и/или вычислительная ошибка, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этих недочетов возможен неверный ответ.	1
Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.	0

**15**

Высоты треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ , а медианы – в точке  $M$ . Точка  $K$  – середина отрезка  $MH$ . Найдите площадь треугольника  $AKC$ , если известно, что  $AB = 12\sqrt{2}$ ,  $CH = 8\sqrt{2}$ ,  $\angle BAC = 45^\circ$ .

По условию высоты треугольника  $ABC$  пересекаются, следовательно, точка  $H$  их пересечения расположена внутри этого треугольника.

Пусть  $CP$  – высота, а  $VL$  – медиана треугольника  $ABC$ .

Обозначим:  $H_1, K_1, M_1$  – основания перпендикуляров, проведенных соответственно из точек  $H, K, M$  к прямой  $AC$ .

1) В прямоугольном треугольнике  $APC$   $\angle PAC = 45^\circ$ , следовательно,  $\angle PCA = 45^\circ$ .

2) В прямоугольном треугольнике  $HN_1C$   $\angle HCN_1 = 45^\circ$ , катеты равны:  $CH_1 = HN_1$ ,  $HN_1 = CH \sin 45^\circ$ ,  $HN_1 = 8$ ,  $CH_1 = 8$ . В прямоугольном равнобедренном треугольнике  $BH_1A$  катеты равны:  $AH_1 = BH_1$ ,  $BH_1 = AB \sin 45^\circ$ ,  $BH_1 = 12$ ,  $AH_1 = 12$ .

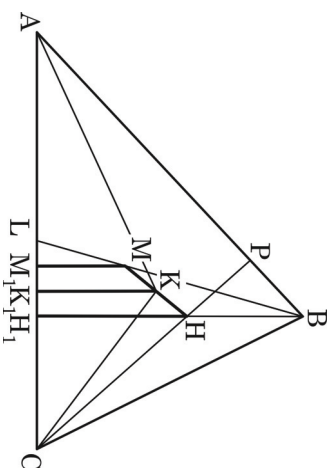
3) Треугольник  $BH_1L$  подобен треугольнику  $MM_1L$  (по двум углам),  $\frac{BH_1}{MM_1} = \frac{BL}{ML} = \frac{3}{1}$  (по свойству медиан треугольника). Отсюда

$$MM_1 = \frac{1}{3}BH_1, MM_1 = 4.$$

4) Из теоремы Фалеса следует, что отрезок  $KK_1$  является средней линией трапеции  $NN_1M_1M$ , поэтому  $KK_1 = \frac{NN_1 + MM_1}{2}$ ,  $KK_1 = 6$ .

5) Поскольку  $AC = AH_1 + H_1C$ ,  $AC = 20$ .

Отсюда  $S_{\Delta AKC} = \frac{1}{2}AC \cdot KK_1$ ,  $S_{\Delta AKC} = 60$ .



Содержание критерия	Балл
<p>Найден верный способ решения.</p> <p>Приведена последовательность всех шагов решения:</p> <p>1) найдена величина угла <math>\angle PCA</math>;</p> <p>2) решены прямоугольные треугольники <math>HN_1C</math> и <math>BH_1A</math>;</p> <p>3) установлено подобие треугольников <math>BH_1L</math> и <math>MM_1L</math>, и найдена сторона <math>MM_1</math>;</p> <p>4) вычислена средняя линия <math>KK_1</math> трапеции <math>NN_1M_1M</math>;</p> <p>5) вычислена площадь треугольника <math>AKC</math>.</p> <p>Обоснованы ключевые моменты выбранного способа решения:</p> <p>а) прямоугольные треугольники <math>BH_1L</math> и <math>MM_1L</math> подобны;</p> <p>б) отрезок <math>KK_1</math> является средней линией трапеции <math>NN_1M_1M</math>.</p> <p>Верно выполнены все преобразования и вычисления.</p> <p>Получен верный ответ.</p>	3
<p>Приведена верная последовательность всех шагов решения.</p> <p>Явно описаны или могут быть отмечены на чертеже свойства представленных в условии фигур и их элементов, которые играют ключевую роль в решении задачи.</p> <p>Допустимо отсутствие обоснований или неточности в обоснованиях ключевых моментов решения. Приведенные в решении обоснования не содержат грубых ошибок.</p> <p>Допустима одна описка и/или вычислительная ошибка, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате описки или описки может быть получен неверный ответ.</p>	2
<p>Ход решения правильный, но решение, возможно, не завершено: найдены величина угла <math>\angle PCA</math> и длины отрезков <math>HN_1</math>, <math>H_1C</math>, <math>H_1A</math> и <math>BH_1</math>.</p> <p>Допустимо отсутствие обоснований ключевых моментов решения. Приведенные в решении обоснования не содержат грубых ошибок.</p> <p>Допустимы ошибки в вычислениях или в преобразованиях, не влияющие на правильность хода решения. В результате этих ошибок может быть получен неверный ответ.</p>	1
<p>Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3 балла.</p>	0