

**Критерии оценивания заданий с развернутым ответом**

*При выполнении заданий 17 – 21 используйте отдельный подписанный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.*

**17** Разложите на множители

$$x^2 - y - 1 + x^2y.$$

//Ответ:  $(x - 1)(x + 1)(y + 1)$ .

//Решение.

$$x^2 - y - 1 + x^2y = x^2(y + 1) - (y + 1) = (x^2 - 1)(y + 1) = (x - 1)(x + 1)(y + 1).$$

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания  |
|-------|---|
| 2     | Правильно и до конца (получено три множителя) выполнено разложение на множители.  |
| 1     | Ход решения верный, не содержит ошибок, но разложение на множители не доведено до конца (выражение представлено в виде произведения двух множителей). |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.  |

**Комментарий.** Ошибка в знаках при группировке слагаемых считается существенной, при ее наличии решение не засчитывается.

**18** Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{21 + 2x - 3x^2}}{3x - 7}.$$

//Ответ:  $\left[-\frac{7}{3}; \frac{7}{3}\right) \cup \left(\frac{7}{3}; 3\right]$ .

//Решение. Область определения выражения задается условиями:

$$\begin{cases} 21 + 2x - 3x^2 \geq 0 \\ 3x - 7 \neq 0. \end{cases}$$

Решим неравенство:  $21 + 2x - 3x^2 \geq 0$ ;  $3x^2 - 2x - 21 \leq 0$ ;  $x_1 = -\frac{7}{3}$ ,  $x_2 = 3$ ;  
 $x \in \left[-\frac{7}{3}; 3\right]$

Из условия  $3x - 7 \neq 0$  имеем  $x \neq \frac{7}{3}$ .

Отсюда:  $x \in \left[-\frac{7}{3}; \frac{7}{3}\right) \cup \left(\frac{7}{3}; 3\right]$ .

Замечание. Ответ может быть представлен в форме:

$$-\frac{7}{3} \leq x < \frac{7}{3}, \quad \frac{7}{3} < x \leq 3.$$

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания  |
|-------|---|
| 3     | Учтены оба условия, задающие область определения данного выражения, все выкладки выполнены верно, получен верный ответ.   |
| 2     | Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка в символической записи ответа; или допущена описка или ошибка вычислительного характера (например, при вычислении корней квадратного трехчлена), и с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно; или при нахождении области определения квадратного корня рассмотрено строгое неравенство, с учетом этого все дальнейшие шаги выполнены верно. |
| 1     | Верно найдены промежуток, являющийся областью определения квадратного корня, и нули знаменателя, однако эти два результата не соединены в один.   |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.  |

**Комментарий.** Ошибки в алгоритме решения квадратного неравенства, в применении формулы корней квадратного уравнения считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

**19** Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 150, которые не делятся на 5.

//Ответ: 9000.

//Решение. Пусть  $S$  — искомая сумма;  $S = S_1 - S_2$ , где  $S_1$  — сумма всех натуральных чисел, не превосходящих 150,  $S_2$  — сумма всех натуральных чисел, кратных 5 и не превосходящих 150.

$$\text{Найдем } S_1: S_1 = \frac{1+150}{2} \cdot 150 = 151 \cdot 75.$$

В последовательности  $(a_n)$  чисел, кратных 5 и не превосходящих 150,  $a_1 = 5, a_n = 150$ . Найдем число членов этой последовательности. Так как она задается формулой  $a_n = 5n$ , то  $5n = 150, n = 30$ .

$$\text{Теперь найдем } S_2: S_2 = \frac{5+150}{2} \cdot 30 = 155 \cdot 15.$$

$$\text{Получим: } S = S_1 - S_2 = 151 \cdot 75 - 155 \cdot 15 = 15(755 - 155) = 9000.$$

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания   |
|-------|--|
| 3     | Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.   |
| 2     | Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или не принципиальная ошибка вычислительного характера (например, при вычислении $S_1$ или $S_2$ ), с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно.  |
| 1     | Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка, свидетельствующая о непонимании некоторых содержательных аспектов задания (например, неправильно найдено количество чисел, кратных 5; или суммировались числа, строго меньшие 150, а не меньшие либо равные 150). |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.   |

**20** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2y^2 + x + 2y = -1 \\ (x+5)(2y-1) = 0. \end{cases}$$

//Ответ:  $(-5; -2), (-5; 1), (-2, 5; 0, 5)$ . Другие возможные формы записи

ответа:  $x_1 = -5, y_1 = -2; x_2 = -5, y_2 = 1; x_3 = -2, 5, y_3 = 0, 5$ ; или  $\begin{cases} x_1 = -5 \\ y_1 = -2, \end{cases}$

$$\begin{cases} x_2 = -5 \\ y_2 = 1, \end{cases} \begin{cases} x_3 = -2, 5 \\ y_3 = 0, 5. \end{cases}$$

//Решение.  $\begin{cases} (x+5)(2y-1) = 0 \\ 2y^2 + x + 2y = -1. \end{cases}$  На основании условия равенства произведения нулю получим:

$$\begin{cases} x+5=0 \\ 2y^2+x+2y=-1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 2y-1=0 \\ 2y^2+x+2y=-1. \end{cases}$$

Решим первую систему. Из первого уравнения имеем:  $x = -5$ ; подставив это значение  $x$  во второе уравнение, получим уравнение  $2y^2 + 2y - 4 = 0$ . Его корни:  $y_1 = -2, y_2 = 1$ . Получили два решения системы уравнений:  $(-5; -2)$  и  $(-5; 1)$ .

Решим вторую систему. Из первого уравнения имеем  $y = 0,5$ ; подставив это значение  $y$  во второе уравнение, получим:  $0,25 + x + 1 = -1, x = -2,5$ . Получили еще одно решение системы уравнений:  $(-2,5; 0,5)$ .

Таким образом, система имеет три решения:  $(-5; -2), (-5; 1), (-2, 5; 0, 5)$ .

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания  |
|-------|---|
| 4     | Правильно выполнен переход от данной системы к равносильной ей дизъюнкции (совокупности) двух систем, все дальнейшие шаги выполнены верно, получен верный ответ.  |
| 3     | Ход решения правильный, решение доведено до конца, найденные значения переменных правильно объединены в пары, но допущена одна не принципиальная вычислительная ошибка (например, при нахождении корней квадратного уравнения) или описка, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно; или допущены погрешности логического характера в употреблении символики (если она применяется). |
| 2     | Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены два из указанных выше недочета.  |
| 1     | Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены ошибки при объединении найденных значений переменных в пары.   |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.  |

Комментарий. Неверное объединение найденных значений переменных в пары считается существенным недостатком, и при его наличии не может быть выставлено более одного балла; если этот недостаток сопровождается каким-либо еще, то решение не засчитывается.

Если имеется более двух вычислительных ошибок или решение не доведено до конца, то оно не засчитывается.

- 21** Найдите все значения  $k$ , при которых прямая  $y = kx$  пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 8, & \text{если } x < -3 \\ 2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3 \\ 2x - 4, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

//Ответ:  $\frac{2}{3} < k < 2$ . Другие возможные формы ответа:  $k \in (\frac{2}{3}; 2)$  или  $(\frac{2}{3}; 2)$ .

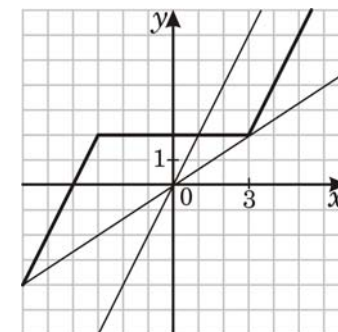
//Решение. Построим ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} 2x + 8, & \text{если } x < -3 \\ 2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3 \\ 2x - 4, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Прямая  $y = kx$  пересекает в трех различных точках эту ломаную, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку  $(3; 2)$ , и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямой  $y = 2x - 4$  и  $y = 2x + 8$ .

Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через точку  $(3; 2)$ :  $2 = 3k$ ,  $k = \frac{2}{3}$ . Угловой коэффициент  $k$  прямой, параллельной прямой  $y = 2x - 4$ , равен 2.

Прямая  $y = kx$  имеет с ломаной три общие точки при  $\frac{2}{3} < k < 2$ .



| Баллы | Критерии оценки выполнения задания  |
|-------|---|
| 4     | Правильно построена ломаная, верно найдено множество значений коэффициента $k$ .  |
| 3     | Правильно построена ломаная, решение доведено до конца, но вместо $k = \frac{2}{3}$ указано $k = \frac{3}{2}$ , или вместо строгого неравенства при записи множества значений $k$ записано нестрогое неравенство. |
| 2     | Правильно построена ломаная, получено одно из неравенств ( $k > \frac{2}{3}$ или $k < 2$ ), но вторая граница значений $k$ не указана.  |
| 1     | Идея решения присутствует, но оно не доведено до конца: а именно, построена ломаная и проведены две граничные прямые или какая-нибудь прямая, пересекающая ломаную в трех точках, дальнейшие шаги отсутствуют.    |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.  |

Комментарий. Если график построен неправильно, или график построен правильно, но дальнейшие шаги отсутствуют, то решение не засчитывается.