

**Критерии оценивания заданий с развернутым ответом**

*При выполнении заданий 17 – 21 используйте отдельный подписанный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.*

**17** Разложите на множители

$$x^2y + 1 - x^2 - y.$$

//Ответ:  $(y - 1)(x - 1)(x + 1)$ .

//Решение.

$$x^2y + 1 - x^2 - y = x^2(y - 1) - (y - 1) = (y - 1)(x^2 - 1) = (y - 1)(x - 1)(x + 1).$$

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания  |
|-------|---|
| 2     | Правильно и до конца (получено три множителя) выполнено разложение на множители.  |
| 1     | Ход решения верный, не содержит ошибок, но разложение на множители не доведено до конца (выражение представлено в виде произведения двух множителей). |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.  |

Комментарий. Ошибка в знаках при группировке слагаемых считается существенной, при ее наличии решение не засчитывается.

**18** Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{45 - x - 2x^2}}{2x + 9}.$$

//Ответ:  $\left[-5; -\frac{9}{2}\right) \cup \left(-\frac{9}{2}; \frac{9}{2}\right]$ .

//Решение. Область определения выражения задается условиями:

$$\begin{cases} 45 - x - 2x^2 \geq 0 \\ 2x + 9 \neq 0. \end{cases}$$

Решим неравенство:  $45 - x - 2x^2 \geq 0$ ;  $2x^2 + x - 45 \leq 0$ ;  $x_1 = -5$ ,  $x_2 = \frac{9}{2}$ ;  
 $x \in [-5; \frac{9}{2}]$

Из условия  $2x + 9 \neq 0$  имеем  $x \neq -\frac{9}{2}$ .

Отсюда:  $x \in \left[-5; -\frac{9}{2}\right) \cup \left(-\frac{9}{2}; \frac{9}{2}\right]$ .

Замечание. Ответ может быть представлен в форме:

$$-5 \leq x < -\frac{9}{2}, \quad -\frac{9}{2} < x \leq \frac{9}{2}.$$

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания  |
|-------|---|
| 4     | Учтены оба условия, задающие область определения данного выражения, все выкладки выполнены верно, получен верный ответ.   |
| 3     | Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка в символической записи ответа; или допущена описка или ошибка вычислительного характера (например, при вычислении корней квадратного трехчлена), и с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно; или при нахождении области определения квадратного корня рассмотрено строгое неравенство, с учетом этого все дальнейшие шаги выполнены верно. |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.  |

Комментарий. Ошибки в алгоритме решения квадратного неравенства, в применении формулы корней квадратного уравнения считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

**19** Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 120, которые не делятся на 4.

//Ответ: 5400.

//Решение. Пусть  $S$  — искомая сумма;  $S = S_1 - S_2$ , где  $S_1$  — сумма всех натуральных чисел, не превосходящих 120,  $S_2$  — сумма всех натуральных чисел, кратных 4 и не превосходящих 120.

Найдем  $S_1 : S_1 = \frac{1+120}{2} \cdot 120 = 121 \cdot 60$ .

В последовательности  $(a_n)$  чисел, кратных 4 и не превосходящих 120,  $a_1 = 4$ ,  $a_n = 120$ . Найдем число членов этой

последовательности. Так как она задается формулой  $a_n = 4n$ , то  $4n = 120$ ,  $n = 30$ .

Теперь найдем  $S_2 : S_2 = \frac{4+120}{2} \cdot 30 = 62 \cdot 30$ .

Получим:  $S = S_1 - S_2 = 121 \cdot 60 - 62 \cdot 30 = 30(242 - 62) = 5400$ .

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания  |
|-------|---|
| 4     | Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.  |
| 3     | Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или не принципиальная ошибка вычислительного характера (например, при вычислении $S_1$ или $S_2$ ), с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно. |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.  |

## 20 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (2y+1)(x-3) = 0 \\ 2y^2 - x - 2y = 9. \end{cases}$$

//Ответ:  $(3; -2)$ ,  $(3; 3)$ ,  $(-7, 5; -0, 5)$ . Другие возможные формы записи

ответа:  $x_1 = 3, y_1 = -2; x_2 = 3, y_2 = 3; x_3 = -7, 5, y_3 = -0, 5$ ; или  $\begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = -2, \end{cases}$

$$\begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 3, \end{cases} \begin{cases} x_3 = -7, 5 \\ y_3 = -0, 5. \end{cases}$$

//Решение.  $\begin{cases} (2y+1)(x-3) = 0 \\ 2y^2 - x - 2y = 9. \end{cases}$  На основании условия равенства произведения нулю получим:

$$\begin{cases} x-3=0 \\ 2y^2-x-2y=9 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 2y+1=0 \\ 2y^2-x-2y=9. \end{cases}$$

Решим первую систему. Из первого уравнения имеем:  $x = 3$ ;

подставив это значение  $x$  во второе уравнение, получим уравнение  $2y^2 - 2y - 12 = 0$ . Его корни:  $y_1 = -2, y_2 = 3$ . Получили два решения системы уравнений:  $(3; -2)$  и  $(3; 3)$ .

Решим вторую систему. Из первого уравнения имеем:  $y = -0,5$ ; подставив это значение  $y$  во второе уравнение, получим:  $0,5 - x + 1 = 9, x = -7,5$ . Получили еще одно решение системы уравнений:  $(-7,5; -0,5)$ .

Таким образом, система имеет три решения:  $(3; -2)$ ,  $(3; 3)$ ,  $(-7, 5; -0, 5)$ .

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания  |
|-------|---|
| 6     | Правильно выполнен переход от данной системы к равносильной ей дизъюнкции (совокупности) двух систем, все дальнейшие шаги выполнены верно, получен верный ответ.  |
| 5     | Ход решения правильный, решение доведено до конца, найденные значения переменных правильно объединены в пары, но допущена одна не принципиальная вычислительная ошибка (например, при нахождении корней квадратного уравнения) или описка, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно; или допущены погрешности логического характера в употреблении символики (если она применяется). |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.  |

Комментарий. Ошибки при объединении найденных значений переменных в пары считаются существенными; в этом случае решение не засчитывается. Если имеется более двух вычислительных ошибок или решение не доведено до конца, то оно не засчитывается.

- 21** Найдите все значения  $k$ , при которых прямая  $y = kx$  пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -3 \\ -2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3 \\ 2x - 8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

//Ответ:  $\frac{2}{3} < k < 2$ . Другие возможные формы ответа:  $k \in (\frac{2}{3}; 2)$  или  $(\frac{2}{3}; 2)$ .

//Решение. Построим ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -3 \\ -2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3 \\ 2x - 8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Прямая  $y = kx$  пересекает в трех различных точках эту ломаную, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку  $(-3; -2)$ , и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямой  $y = 2x - 8$  и  $y = 2x + 4$ .

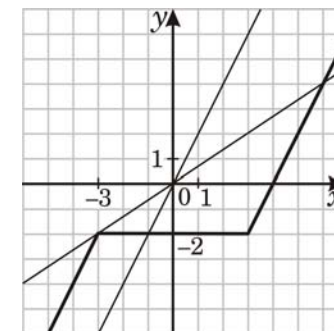
Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей

через точку  $(-3; -2)$ :  $-2 = -3k$ ,  $k = \frac{2}{3}$ . Угловой

коэффициент  $k$  прямой, параллельной

прямой  $y = 2x - 8$ , равен 2. Прямая  $y = kx$  имеет с ломаной три общие

точки при  $\frac{2}{3} < k < 2$ .



| Баллы | Критерии оценки выполнения задания  |
|-------|---|
| 6     | Правильно построена ломаная, верно найдено множество значений коэффициента $k$ .  |
| 5     | Правильно построена ломаная, решение доведено до конца, но вместо $k = \frac{2}{3}$ указано $k = \frac{3}{2}$ , или вместо строгого неравенства при записи множества значений $k$ записано нестрогое неравенство. |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.  |

Комментарий. Если график построен неправильно, или график построен правильно, но дальнейшие шаги отсутствуют, то решение не засчитывается.