

Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

При выполнении заданий 17 – 21 используйте отдельный подписанный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

17 Разложите на множители

$$c^2a - a - c^2 + 1.$$

//Ответ: $(a - 1)(c - 1)(c + 1)$.

//Решение.

$$c^2a - a - c^2 + 1 = c^2(a - 1) - (a - 1) = (a - 1)(c^2 - 1) = (a - 1)(c - 1)(c + 1).$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно и до конца (получено три множителя) выполнено разложение на множители.
1	Ход решения верный, не содержит ошибок, но разложение на множители не доведено до конца (выражение представлено в виде произведения двух множителей).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибка в знаках при группировке слагаемых считается существенной, при ее наличии решение не засчитывается.

18 Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{28 - x - 2x^2}}{2x + 7}.$$

//Ответ: $\left[-4; -\frac{7}{2}\right) \cup \left(-\frac{7}{2}; \frac{7}{2}\right]$.

//Решение. Область определения выражения задается условиями:

$$\begin{cases} 28 - x - 2x^2 \geq 0 \\ 2x + 7 \neq 0. \end{cases}$$

Решим неравенство: $28 - x - 2x^2 \geq 0$; $2x^2 + x - 28 \leq 0$; $x_1 = -4$, $x_2 = \frac{7}{2}$;
 $x \in [-4; \frac{7}{2}]$;

Из условия $2x + 7 \neq 0$ имеем $x \neq -\frac{7}{2}$.

Отсюда: $x \in \left[-4; -\frac{7}{2}\right) \cup \left(-\frac{7}{2}; \frac{7}{2}\right]$.

Замечание. Ответ может быть представлен в форме:
 $-4 \leq x < -\frac{7}{2}$, $-\frac{7}{2} < x \leq \frac{7}{2}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Учтены оба условия, задающие область определения данного выражения, все выкладки выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка в символической записи ответа; или допущена описка или ошибка вычислительного характера (например, при вычислении корней квадратного трехчлена), и с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно; или при нахождении области определения квадратного корня рассмотрено строгое неравенство, с учетом этого все дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Верно найдены промежуток, являющийся областью определения квадратного корня, и нули знаменателя, однако эти два результата не соединены в один.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в алгоритме решения квадратного неравенства, в применении формулы корней квадратного уравнения считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

19 Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 90, которые не делятся на 3.

//Ответ: 2700.

//Решение. Пусть S — искомая сумма; $S = S_1 - S_2$, где S_1 — сумма всех натуральных чисел, не превосходящих 90, S_2 — сумма всех натуральных чисел, кратных 3 и не превосходящих 90.

$$\text{Найдем } S_1 : S_1 = \frac{1+90}{2} \cdot 90 = 91 \cdot 45.$$

В последовательности (a_n) чисел, кратных 3 и не превосходящих 90, $a_1 = 3$, $a_n = 90$. Найдем число членов этой последовательности. Так как она задается формулой $a_n = 3n$, то $3n = 90$, $n = 30$.

$$\text{Теперь найдем } S_2 : S_2 = \frac{3+90}{2} \cdot 30 = 93 \cdot 15.$$

$$\text{Получим: } S = S_1 - S_2 = 91 \cdot 45 - 93 \cdot 15 = 15(273 - 93) = 2700.$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или не принципиальная ошибка вычислительного характера (например, при вычислении S_1 или S_2), с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка, свидетельствующая о непонимании некоторых содержательных аспектов задания (например, неправильно найдено количество чисел, кратных 3; или суммировались числа, строго меньшие 90, а не меньшие либо равные 90).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

20 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - y - 2x = -1 \\ (y - 4)(2x + 1) = 0. \end{cases}$$

//Ответ: $(-1; 4)$, $(3; 4)$, $(-0, 5; 2, 25)$. Другие возможные формы записи

ответа: $x_1 = -1, y_1 = 4$; $x_2 = 3, y_2 = 4$; $x_3 = -0, 5, y_3 = 2, 25$; или $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 4, \end{cases}$

$$\begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 4, \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = -0, 5 \\ y_3 = 2, 25. \end{cases}$$

//Решение. $\begin{cases} (y - 4)(2x + 1) = 0 \\ x^2 - y - 2x = -1. \end{cases}$ На основании условия равенства

произведения нулю получим:

$$\begin{cases} y - 4 = 0 \\ x^2 - y - 2x = -1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 2x + 1 = 0 \\ x^2 - y - 2x = -1. \end{cases}$$

Решим первую систему. Из первого уравнения имеем: $y = 4$;

подставив это значение y во второе уравнение, получим уравнение

$$x^2 - 2x - 3 = 0. \text{ Его корни: } x_1 = -1, x_2 = 3. \text{ Получили два решения}$$

системы уравнений: $(-1; 4)$ и $(3; 4)$.

Решим вторую систему. Из первого уравнения имеем: $x = -0, 5$;

подставив это значение x во второе уравнение, получим:

$$0, 25 - y + 1 = -1, y = 2, 25. \text{ Получили еще одно решение системы}$$

уравнений: $(-0, 5; 2, 25)$.

Таким образом, система имеет три решения: $(-1; 4)$, $(3; 4)$, $(-0, 5; 2, 25)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно выполнен переход от данной системы к равносильной ей дизъюнкции (совокупности) двух систем, все дальнейшие шаги выполнены верно, получен верный ответ.
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, найденные значения переменных правильно объединены в пары, но допущена одна не принципиальная вычислительная ошибка (например, при нахождении корней квадратного уравнения) или описка, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно; или допущены погрешности логического характера в употреблении символики (если она применяется).
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены два из указанных выше недочета.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены ошибки при объединении найденных значений переменных в пары.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Неверное объединение найденных значений переменных в пары считается существенным недостатком, и при его наличии не может быть выставлено более одного балла; если этот недостаток сопровождается каким-либо еще, то решение не засчитывается.

Если имеется более двух вычислительных ошибок или решение не доведено до конца, то оно не засчитывается.

- 21** Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 1, & \text{если } x < -1 \\ -1, & \text{если } -1 \leq x \leq 1 \\ 2x - 3, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

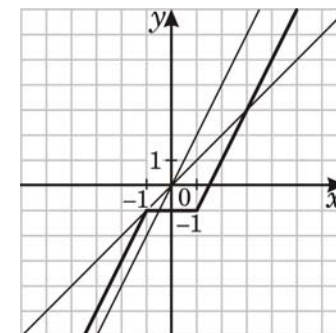
//Ответ: $1 < k < 2$. Другие возможные формы ответа: $k \in (1; 2)$ или $(1; 2)$.

//Решение. Построим ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} 2x + 1, & \text{если } x < -1 \\ -1, & \text{если } -1 \leq x \leq 1 \\ 2x - 3, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

Прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках эту ломаную, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку $(-1; -1)$, и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямойм $y = 2x + 1$ и $y = 2x - 3$.

Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $(-1; -1)$: $-1 = -k$, $k = 1$. Угловой коэффициент k прямой, параллельной прямой $y = 2x + 1$, равен 2. Прямая $y = kx$ имеет с ломаной три общие точки при $1 < k < 2$.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно построена ломаная, верно найдено множество значений коэффициента k .
3	Правильно построена ломаная, решение доведено до конца, но вместо строгого неравенства при записи множества значений k записано нестрогое неравенство.
2	Правильно построена ломаная, получено одно из неравенств ($k > 1$ или $k < 2$), но вторая граница значений k не указана.
1	Идея решения присутствует, но оно не доведено до конца: а именно, построена ломаная и проведены две граничные прямые или какая-нибудь прямая, пересекающая ломаную в трех точках, дальнейшие шаги отсутствуют.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Если график построен неправильно, или график построен правильно, но дальнейшие шаги отсутствуют, то решение не засчитывается.