

Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

При выполнении заданий 17 – 21 используйте отдельный подписанный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

17 Разложите на множители

$$x^2y + 1 - x^2 - y.$$

//Ответ: $(y - 1)(x - 1)(x + 1)$.

//Решение.

$$x^2y + 1 - x^2 - y = x^2(y - 1) - (y - 1) = (y - 1)(x^2 - 1) = (y - 1)(x - 1)(x + 1).$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно и до конца (получено три множителя) выполнено разложение на множители.
1	Ход решения верный, не содержит ошибок, но разложение на множители не доведено до конца (выражение представлено в виде произведения двух множителей).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибка в знаках при группировке слагаемых считается существенной, при ее наличии решение не засчитывается.

18 Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{45 - x - 2x^2}}{2x + 9}.$$

//Ответ: $\left[-5; -\frac{9}{2}\right) \cup \left(-\frac{9}{2}; \frac{9}{2}\right]$.

//Решение. Область определения выражения задается условиями:

$$\begin{cases} 45 - x - 2x^2 \geq 0 \\ 2x + 9 \neq 0. \end{cases}$$

Решим неравенство: $45 - x - 2x^2 \geq 0$; $2x^2 + x - 45 \leq 0$; $x_1 = -5$, $x_2 = \frac{9}{2}$;
 $x \in [-5; \frac{9}{2}]$

Из условия $2x + 9 \neq 0$ имеем $x \neq -\frac{9}{2}$.

Отсюда: $x \in \left[-5; -\frac{9}{2}\right) \cup \left(-\frac{9}{2}; \frac{9}{2}\right]$.

Замечание. Ответ может быть представлен в форме:

$$-5 \leq x < -\frac{9}{2}, \quad -\frac{9}{2} < x \leq \frac{9}{2}.$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Учтены оба условия, задающие область определения данного выражения, все выкладки выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка в символической записи ответа; или допущена описка или ошибка вычислительного характера (например, при вычислении корней квадратного трехчлена), и с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно; или при нахождении области определения квадратного корня рассмотрено строгое неравенство, с учетом этого все дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Верно найдены промежуток, являющийся областью определения квадратного корня, и нули знаменателя, однако эти два результата не соединены в один.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в алгоритме решения квадратного неравенства, в применении формулы корней квадратного уравнения считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

19 Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 120, которые не делятся на 4.

//Ответ: 5400.

//Решение. Пусть S — искомая сумма; $S = S_1 - S_2$, где S_1 — сумма всех натуральных чисел, не превосходящих 120, S_2 — сумма всех натуральных чисел, кратных 4 и не превосходящих 120.

$$\text{Найдем } S_1 : S_1 = \frac{1+120}{2} \cdot 120 = 121 \cdot 60.$$

В последовательности (a_n) чисел, кратных 4 и не превосходящих 120, $a_1 = 4$, $a_n = 120$. Найдем число членов этой последовательности. Так как она задается формулой $a_n = 4n$, то $4n = 120$, $n = 30$.

$$\text{Теперь найдем } S_2 : S_2 = \frac{4+120}{2} \cdot 30 = 62 \cdot 30.$$

$$\text{Получим: } S = S_1 - S_2 = 121 \cdot 60 - 62 \cdot 30 = 30(242 - 62) = 5400.$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или не принципиальная ошибка вычислительного характера (например, при вычислении S_1 или S_2), с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка, свидетельствующая о непонимании некоторых содержательных аспектов задания (например, неправильно найдено количество чисел, кратных 4; или суммировались числа, строго меньшие 120, а не меньшие либо равные 120).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

20 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (2y+1)(x-3) = 0 \\ 2y^2 - x - 2y = 9. \end{cases}$$

//Ответ: $(3; -2)$, $(3; 3)$, $(-7, 5; -0, 5)$. Другие возможные формы записи

ответа: $x_1 = 3, y_1 = -2; x_2 = 3, y_2 = 3; x_3 = -7, 5, y_3 = -0, 5$; или $\begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = -2, \end{cases}$

$$\begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 3, \end{cases} \begin{cases} x_3 = -7, 5 \\ y_3 = -0, 5. \end{cases}$$

//Решение. $\begin{cases} (2y+1)(x-3) = 0 \\ 2y^2 - x - 2y = 9. \end{cases}$ На основании условия равенства произведения нулю получим:

$$\begin{cases} x-3=0 \\ 2y^2-x-2y=9 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 2y+1=0 \\ 2y^2-x-2y=9. \end{cases}$$

Решим первую систему. Из первого уравнения имеем: $x = 3$;

подставив это значение x во второе уравнение, получим уравнение $2y^2 - 2y - 12 = 0$. Его корни: $y_1 = -2, y_2 = 3$. Получили два решения системы уравнений: $(3; -2)$ и $(3; 3)$.

Решим вторую систему. Из первого уравнения имеем: $y = -0,5$; подставив это значение y во второе уравнение, получим: $0,5 - x + 1 = 9, x = -7,5$. Получили еще одно решение системы уравнений: $(-7,5; -0,5)$.

Таким образом, система имеет три решения: $(3; -2)$, $(3; 3)$, $(-7, 5; -0, 5)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно выполнен переход от данной системы к равносильной ей дизъюнкции (совокупности) двух систем, все дальнейшие шаги выполнены верно, получен верный ответ.
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, найденные значения переменных правильно объединены в пары, но допущена одна не принципиальная вычислительная ошибка (например, при нахождении корней квадратного уравнения) или описка, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно; или допущены погрешности логического характера в употреблении символики (если она применяется).
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены два из указанных выше недочета.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены ошибки при объединении найденных значений переменных в пары.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Неверное объединение найденных значений переменных в пары считается существенным недостатком, и при его наличии не может быть выставлено более одного балла; если этот недостаток сопровождается каким-либо еще, то решение не засчитывается.

Если имеется более двух вычислительных ошибок или решение не доведено до конца, то оно не засчитывается.

- 21** Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -3 \\ -2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3 \\ 2x - 8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

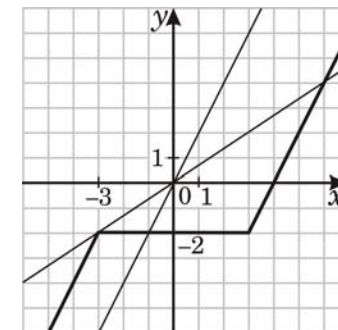
//Ответ: $\frac{2}{3} < k < 2$. Другие возможные формы ответа: $k \in (\frac{2}{3}; 2)$ или $(\frac{2}{3}; 2)$.

//Решение. Построим ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -3 \\ -2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3 \\ 2x - 8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках эту ломаную, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку $(-3; -2)$, и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямой $y = 2x - 8$ и $y = 2x + 4$.

Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $(-3; -2)$: $-2 = -3k$, $k = \frac{2}{3}$. Угловой коэффициент k прямой, параллельной прямой $y = 2x - 8$, равен 2. Прямая $y = kx$ имеет с ломаной три общие точки при $\frac{2}{3} < k < 2$.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно построена ломаная, верно найдено множество значений коэффициента k .
3	Правильно построена ломаная, решение доведено до конца, но вместо $k = \frac{2}{3}$ указано $k = \frac{3}{2}$, или вместо строгого неравенства при записи множества значений k записано нестрогое неравенство.
2	Правильно построена ломаная, получено одно из неравенств ($k > \frac{2}{3}$ или $k < 2$), но вторая граница значений k не указана.
1	Идея решения присутствует, но оно не доведено до конца: а именно, построена ломаная и проведены две граничные прямые или какая-нибудь прямая, пересекающая ломаную в трех точках, дальнейшие шаги отсутствуют.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Если график построен неправильно, или график построен правильно, но дальнейшие шаги отсутствуют, то решение не засчитывается.