

**Критерии оценивания заданий с развернутым ответом**

*При выполнении заданий 17 – 21 используйте отдельный подписанный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.*

**17** Разложите на множители

$$c^2 - a - 1 + ac^2.$$

//Ответ:  $(a+1)(c-1)(c+1)$ .

//Решение.

$$c^2 - a - 1 + ac^2 = c^2(a+1) - (a+1) = (a+1)(c^2 - 1) = (a+1)(c-1)(c+1).$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно и до конца (получено три множителя) выполнено разложение на множители.
1	Ход решения верный, не содержит ошибок, но разложение на множители не доведено до конца (выражение представлено в виде произведения двух множителей).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибка в знаках при группировке слагаемых считается существенной, при ее наличии решение не засчитывается.

**18** Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{8+2x-3x^2}}{3x-4}.$$

//Ответ:  $\left[-\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right) \cup \left(\frac{4}{3}; 2\right]$ .

//Решение. Область определения выражения задается условиями:

$$\begin{cases} 8+2x-3x^2 \geq 0 \\ 3x-4 \neq 0. \end{cases}$$

Решим неравенство:

$$8+2x-3x^2 \geq 0; 3x^2-2x-8 \leq 0; x_1 = -\frac{4}{3}, x_2 = 2; x \in \left[-\frac{4}{3}; 2\right].$$

Из условия  $3x-4 \neq 0$  имеем  $x \neq \frac{4}{3}$ .

$$\text{Отсюда: } x \in \left[-\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right) \cup \left(\frac{4}{3}; 2\right].$$

Замечание. Ответ может быть представлен в форме:

$$-\frac{4}{3} \leq x < \frac{4}{3}, \quad \frac{4}{3} < x \leq 2.$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Учтены оба условия, задающие область определения данного выражения, все выкладки выполнены верно, получен верный ответ.
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка в символической записи ответа; или допущена описка или ошибка вычислительного характера (например, при вычислении корней квадратного трехчлена), и с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно; или при нахождении области определения квадратного корня рассмотрено строгое неравенство, с учетом этого все дальнейшие шаги выполнены верно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в алгоритме решения квадратного неравенства, в применении формулы корней квадратного уравнения считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

**19** Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 4.

//Ответ: 9600.

//Решение. Пусть  $S$  — искомая сумма;  $S = S_1 - S_2$ , где  $S_1$  — сумма всех натуральных чисел, не превосходящих 160,  $S_2$  — сумма всех натуральных чисел, кратных 4 и не превосходящих 160.

$$\text{Найдем } S_1 : S_1 = \frac{1+160}{2} \cdot 160 = 161 \cdot 80.$$

В последовательности  $(a_n)$  чисел, кратных 4 и не превосходящих 160,  $a_1 = 4$ ,  $a_n = 160$ . Найдём число членов этой последовательности. Так как она задается формулой  $a_n = 4n$ , то  $4n = 160$ ,  $n = 40$ .

Теперь найдём  $S_2$ :  $S_2 = \frac{4+160}{2} \cdot 40 = 82 \cdot 40$ .

Получим:  $S = S_1 - S_2 = 161 \cdot 80 - 82 \cdot 40 = 40(322 - 82) = 9600$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Найдён правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или не принципиальная ошибка вычислительного характера (например, при вычислении $S_1$ или $S_2$ ), с её учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

**20** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (2x-1)(y+2) = 0 \\ x^2 - 4x + y = -5. \end{cases}$$

//Ответ:  $(1; -2)$ ,  $(3; -2)$ ,  $(0, 5; -3, 25)$ . Другие возможные формы записи

ответа:  $x_1 = 1, y_1 = -2; x_2 = 3, y_2 = -2; x_3 = 0, 5, y_3 = -3, 25$ ; или  $\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = -2, \end{cases}$   
 $\begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = -2, \end{cases} \begin{cases} x_3 = 0, 5 \\ y_3 = -3, 25. \end{cases}$

//Решение.  $\begin{cases} (2x-1)(y+2) = 0 \\ x^2 - 4x + y = -5. \end{cases}$  На основании условия равенства произведения нулю получим:

$$\begin{cases} y+2 = 0 \\ x^2 - 4x + y = -5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 2x-1 = 0 \\ x^2 - 4x + y = -5. \end{cases}$$

Решим первую систему. Из первого уравнения имеем:  $y = -2$ ;

подставив это значение  $y$  во второе уравнение, получим уравнение  $x^2 - 4x + 3 = 0$ . Его корни:  $x_1 = 1, x_2 = 3$ . Получили два решения системы уравнений:  $(1; -2)$  и  $(3; -2)$ .

Решим вторую систему. Из первого уравнения имеем:  $x = 0, 5$ ; подставив это значение  $x$  во второе уравнение, получим:  $0, 25 - 2 + y = -5, y = -3, 25$ . Получили ещё одно решение системы уравнений:  $(0, 5; -3, 25)$ .

Таким образом, система имеет три решения:  $(1; -2), (3; -2), (0, 5; -3, 25)$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
6	Правильно выполнен переход от данной системы к равносильной ей дизъюнкции (совокупности) двух систем, все дальнейшие шаги выполнены верно, получен верный ответ.
5	Ход решения правильный, решение доведено до конца, найденные значения переменных правильно объединены в пары, но допущена одна не принципиальная вычислительная ошибка (например, при нахождении корней квадратного уравнения) или описка, с её учетом все дальнейшие шаги выполнены верно; или допущены погрешности логического характера в употреблении символики (если она применяется).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки при объединении найденных значений переменных в пары считаются существенными; в этом случае решение не засчитывается. Если имеется более двух вычислительных ошибок или решение не доведено до конца, то оно не засчитывается.

- 21** Найдите все значения  $k$ , при которых прямая  $y = kx$  пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 5, & \text{если } x < -2 \\ 1, & \text{если } -2 \leq x \leq 2 \\ 2x - 3, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

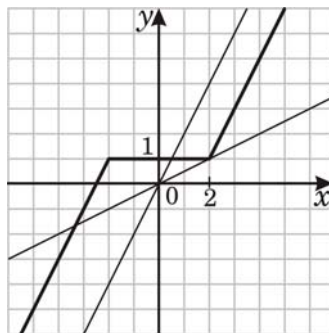
//Ответ:  $\frac{1}{2} < k < 2$ . Другие возможные формы ответа:  $k \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$  или  $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ .

//Решение. Построим ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} 2x + 5, & \text{если } x < -2 \\ 1, & \text{если } -2 \leq x \leq 2 \\ 2x - 3, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

Прямая  $y = kx$  пересекает в трех различных точках эту ломаную, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку  $(2; 1)$ , и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямым  $y = 2x - 3$  и  $y = 2x + 5$ .

Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через точку  $(2; 1)$ :  $1 = 2k$ ,  $k = \frac{1}{2}$ . Угловой коэффициент  $k$  прямой, параллельной прямой  $y = 2x - 3$ , равен 2.



Прямая  $y = kx$  имеет с ломаной три общие точки при  $\frac{1}{2} < k < 2$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
6	Правильно построена ломаная, верно найдено множество значений коэффициента $k$ .
5	Правильно построена ломаная, решение доведено до конца, но вместо строгого неравенства при записи множества значений $k$ записано нестрогое неравенство.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Если график построен неправильно, или график построен правильно, но дальнейшие шаги отсутствуют, то решение не засчитывается.