

**Критерии оценивания заданий с развернутым ответом**

*При выполнении заданий 17 – 21 используйте отдельный подписанный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.*

**17** Разложите на множители

$$c^2a - a - c^2 + 1.$$

//Ответ:  $(a-1)(c-1)(c+1)$ .

//Решение.

$$c^2a - a - c^2 + 1 = c^2(a-1) - (a-1) = (a-1)(c^2-1) = (a-1)(c-1)(c+1).$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно и до конца (получено три множителя) выполнено разложение на множители.
1	Ход решения верный, не содержит ошибок, но разложение на множители не доведено до конца (выражение представлено в виде произведения двух множителей).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

**Комментарий.** Ошибка в знаках при группировке слагаемых считается существенной, при ее наличии решение не засчитывается.

**18** Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{28-x-2x^2}}{2x+7}.$$

//Ответ:  $\left[-4; -\frac{7}{2}\right) \cup \left(-\frac{7}{2}; \frac{7}{2}\right]$ .

//Решение. Область определения выражения задается условиями:

$$\begin{cases} 28-x-2x^2 \geq 0 \\ 2x+7 \neq 0. \end{cases}$$

Решим неравенство:  $28-x-2x^2 \geq 0$ ;  $2x^2+x-28 \leq 0$ ;  $x_1 = -4$ ,  $x_2 = \frac{7}{2}$ ;  
 $x \in [-4; \frac{7}{2}]$ ;

Из условия  $2x+7 \neq 0$  имеем  $x \neq -\frac{7}{2}$ .

Отсюда:  $x \in \left[-4; -\frac{7}{2}\right) \cup \left(-\frac{7}{2}; \frac{7}{2}\right]$ .

Замечание. Ответ может быть представлен в форме:  
 $-4 \leq x < -\frac{7}{2}$ ,  $-\frac{7}{2} < x \leq \frac{7}{2}$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Учтены оба условия, задающие область определения данного выражения, все выкладки выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка в символической записи ответа; или допущена описка или ошибка вычислительного характера (например, при вычислении корней квадратного трехчлена), и с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно; или при нахождении области определения квадратного корня рассмотрено строгое неравенство, с учетом этого все дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Верно найдены промежуток, являющийся областью определения квадратного корня, и нули знаменателя, однако эти два результата не соединены в один.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

**Комментарий.** Ошибки в алгоритме решения квадратного неравенства, в применении формулы корней квадратного уравнения считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

**19** Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 90, которые не делятся на 3.

//Ответ: 2700.

//Решение. Пусть  $S$  — искомая сумма;  $S = S_1 - S_2$ , где  $S_1$  — сумма всех натуральных чисел, не превосходящих 90,  $S_2$  — сумма всех натуральных чисел, кратных 3 и не превосходящих 90.

$$\text{Найдем } S_1 : S_1 = \frac{1+90}{2} \cdot 90 = 91 \cdot 45.$$

В последовательности  $(a_n)$  чисел, кратных 3 и не превосходящих 90,  $a_1 = 3$ ,  $a_n = 90$ . Найдем число членов этой последовательности. Так как она задается формулой  $a_n = 3n$ , то  $3n = 90$ ,  $n = 30$ .

$$\text{Теперь найдем } S_2 : S_2 = \frac{3+90}{2} \cdot 30 = 93 \cdot 15.$$

$$\text{Получим: } S = S_1 - S_2 = 91 \cdot 45 - 93 \cdot 15 = 15(273 - 93) = 2700.$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или не принципиальная ошибка вычислительного характера (например, при вычислении $S_1$ или $S_2$ ), с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка, свидетельствующая о непонимании некоторых содержательных аспектов задания (например, неправильно найдено количество чисел, кратных 3; или суммировались числа, строго меньшие 90, а не меньшие либо равные 90).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

**20** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - y - 2x = -1 \\ (y - 4)(2x + 1) = 0. \end{cases}$$

//Ответ:  $(-1; 4)$ ,  $(3; 4)$ ,  $(-0, 5; 2, 25)$ . Другие возможные формы записи

ответа:  $x_1 = -1, y_1 = 4$ ;  $x_2 = 3, y_2 = 4$ ;  $x_3 = -0, 5, y_3 = 2, 25$ ; или  $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 4, \end{cases}$

$$\begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 4, \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = -0, 5 \\ y_3 = 2, 25. \end{cases}$$

//Решение.  $\begin{cases} (y - 4)(2x + 1) = 0 \\ x^2 - y - 2x = -1. \end{cases}$  На основании условия равенства произведения нулю получим:

$$\begin{cases} y - 4 = 0 \\ x^2 - y - 2x = -1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 2x + 1 = 0 \\ x^2 - y - 2x = -1. \end{cases}$$

Решим первую систему. Из первого уравнения имеем:  $y = 4$ ;

подставив это значение  $y$  во второе уравнение, получим уравнение  $x^2 - 2x - 3 = 0$ . Его корни:  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = 3$ . Получили два решения системы уравнений:  $(-1; 4)$  и  $(3; 4)$ .

Решим вторую систему. Из первого уравнения имеем:  $x = -0, 5$ ; подставив это значение  $x$  во второе уравнение, получим:  $0, 25 - y + 1 = -1$ ,  $y = 2, 25$ . Получили еще одно решение системы уравнений:  $(-0, 5; 2, 25)$ .

Таким образом, система имеет три решения:  $(-1; 4)$ ,  $(3; 4)$ ,  $(-0, 5; 2, 25)$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно выполнен переход от данной системы к равносильной ей дизъюнкции (совокупности) двух систем, все дальнейшие шаги выполнены верно, получен верный ответ.
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, найденные значения переменных правильно объединены в пары, но допущена одна не принципиальная вычислительная ошибка (например, при нахождении корней квадратного уравнения) или описка, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно; или допущены погрешности логического характера в употреблении символики (если она применяется).
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены два из указанных выше недочета.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены ошибки при объединении найденных значений переменных в пары.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Неверное объединение найденных значений переменных в пары считается существенным недостатком, и при его наличии не может быть выставлено более одного балла; если этот недостаток сопровождается каким-либо еще, то решение не засчитывается.

Если имеется более двух вычислительных ошибок или решение не доведено до конца, то оно не засчитывается.

- 21** Найдите все значения  $k$ , при которых прямая  $y = kx$  пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 1, & \text{если } x < -1 \\ -1, & \text{если } -1 \leq x \leq 1 \\ 2x - 3, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

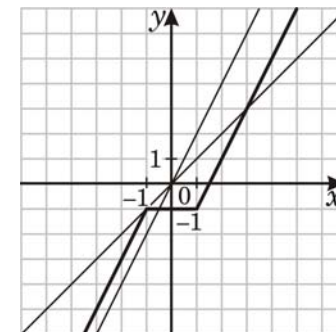
//Ответ:  $1 < k < 2$ . Другие возможные формы ответа:  $k \in (1; 2)$  или  $(1; 2)$ .

//Решение. Построим ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} 2x + 1, & \text{если } x < -1 \\ -1, & \text{если } -1 \leq x \leq 1 \\ 2x - 3, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

Прямая  $y = kx$  пересекает в трех различных точках эту ломаную, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку  $(-1; -1)$ , и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямым  $y = 2x + 1$  и  $y = 2x - 3$ .

Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через точку  $(-1; -1)$ :  $-1 = -k$ ,  $k = 1$ . Угловой коэффициент  $k$  прямой, параллельной прямой  $y = 2x + 1$ , равен 2. Прямая  $y = kx$  имеет с ломаной три общие точки при  $1 < k < 2$ .



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно построена ломаная, верно найдено множество значений коэффициента $k$ .
3	Правильно построена ломаная, решение доведено до конца, но вместо строгого неравенства при записи множества значений $k$ записано нестрогое неравенство.
2	Правильно построена ломаная, получено одно из неравенств ( $k > 1$ или $k < 2$ ), но вторая граница значений $k$ не указана.
1	Идея решения присутствует, но оно не доведено до конца: а именно, построена ломаная и проведены две граничные прямые или какая-нибудь прямая, пересекающая ломаную в трех точках, дальнейшие шаги отсутствуют.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Если график построен неправильно, или график построен правильно, но дальнейшие шаги отсутствуют, то решение не засчитывается.