

Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

При выполнении заданий 17 – 21 используйте отдельный подписанный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

17 Разложите на множители

$$c^2 - a - 1 + ac^2.$$

//Ответ: $(a+1)(c-1)(c+1)$.

//Решение.

$$c^2 - a - 1 + ac^2 = c^2(a+1) - (a+1) = (a+1)(c^2 - 1) = (a+1)(c-1)(c+1).$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно и до конца (получено три множителя) выполнено разложение на множители.
1	Ход решения верный, не содержит ошибок, но разложение на множители не доведено до конца (выражение представлено в виде произведения двух множителей).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибка в знаках при группировке слагаемых считается существенной, при ее наличии решение не засчитывается.

18 Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{8+2x-3x^2}}{3x-4}.$$

//Ответ: $\left[-\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right) \cup \left(\frac{4}{3}; 2\right]$.

//Решение. Область определения выражения задается условиями:

$$\begin{cases} 8+2x-3x^2 \geq 0 \\ 3x-4 \neq 0. \end{cases}$$

Решим неравенство:

$$8+2x-3x^2 \geq 0; 3x^2-2x-8 \leq 0; x_1 = -\frac{4}{3}, x_2 = 2; x \in \left[-\frac{4}{3}; 2\right].$$

Из условия $3x-4 \neq 0$ имеем $x \neq \frac{4}{3}$.

$$\text{Отсюда: } x \in \left[-\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right) \cup \left(\frac{4}{3}; 2\right].$$

Замечание. Ответ может быть представлен в форме:

$$-\frac{4}{3} \leq x < \frac{4}{3}, \quad \frac{4}{3} < x \leq 2.$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Учтены оба условия, задающие область определения данного выражения, все выкладки выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка в символической записи ответа; или допущена описка или ошибка вычислительного характера (например, при вычислении корней квадратного трехчлена), и с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно; или при нахождении области определения квадратного корня рассмотрено строгое неравенство, с учетом этого все дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Верно найдены промежуток, являющийся областью определения квадратного корня, и нули знаменателя, однако эти два результата не соединены в один.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в алгоритме решения квадратного неравенства, в применении формулы корней квадратного уравнения считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

19 Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 4.

//Ответ: 9600.

//Решение. Пусть S — искомая сумма; $S = S_1 - S_2$, где S_1 — сумма всех натуральных чисел, не превосходящих 160, S_2 — сумма всех натуральных чисел, кратных 4 и не превосходящих 160.

$$\text{Найдем } S_1 : S_1 = \frac{1+160}{2} \cdot 160 = 161 \cdot 80.$$

В последовательности (a_n) чисел, кратных 4 и не превосходящих 160, $a_1 = 4$, $a_n = 160$. Найдем число членов этой последовательности. Так как она задается формулой $a_n = 4n$, то $4n = 160$, $n = 40$.

$$\text{Теперь найдем } S_2 : S_2 = \frac{4+160}{2} \cdot 40 = 82 \cdot 40.$$

$$\text{Получим: } S = S_1 - S_2 = 161 \cdot 80 - 82 \cdot 40 = 40(322 - 82) = 9600.$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или не принципиальная ошибка вычислительного характера (например, при вычислении S_1 или S_2), с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка, свидетельствующая о непонимании некоторых содержательных аспектов задания (например, неправильно найдено количество чисел, кратных 4; или суммировались числа, строго меньшие 160, а не меньшие либо равные 160).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

20 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (2x-1)(y+2) = 0 \\ x^2 - 4x + y = -5. \end{cases}$$

//Ответ: $(1; -2)$, $(3; -2)$, $(0, 5; -3, 25)$. Другие возможные формы записи

ответа: $x_1 = 1, y_1 = -2; x_2 = 3, y_2 = -2; x_3 = 0, 5, y_3 = -3, 25$; или $\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = -2, \end{cases}$

$$\begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = -2, \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = 0, 5 \\ y_3 = -3, 25. \end{cases}$$

//Решение. $\begin{cases} (2x-1)(y+2) = 0 \\ x^2 - 4x + y = -5. \end{cases}$ На основании условия равенства произведения нулю получим:

$$\begin{cases} y+2 = 0 \\ x^2 - 4x + y = -5 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 2x-1 = 0 \\ x^2 - 4x + y = -5. \end{cases}$$

Решим первую систему. Из первого уравнения имеем: $y = -2$; подставив это значение y во второе уравнение, получим уравнение $x^2 - 4x + 3 = 0$. Его корни: $x_1 = 1, x_2 = 3$. Получили два решения системы уравнений: $(1; -2)$ и $(3; -2)$.

Решим вторую систему. Из первого уравнения имеем: $x = 0, 5$; подставив это значение x во второе уравнение, получим: $0, 25 - 2 + y = -5, y = -3, 25$. Получили еще одно решение системы уравнений: $(0, 5; -3, 25)$.

Таким образом, система имеет три решения: $(1; -2), (3; -2), (0, 5; -3, 25)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно выполнен переход от данной системы к равносильной ей дизъюнкции (совокупности) двух систем, все дальнейшие шаги выполнены верно, получен верный ответ.
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, найденные значения переменных правильно объединены в пары, но допущена одна не принципиальная вычислительная ошибка (например, при нахождении корней квадратного уравнения) или описка, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно; или допущены погрешности логического характера в употреблении символики (если она применяется).
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены два из указанных выше недочета.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены ошибки при объединении найденных значений переменных в пары.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Неверное объединение найденных значений переменных в пары считается существенным недостатком, и при его наличии не может быть выставлено более одного балла; если этот недостаток сопровождается каким-либо еще, то решение не засчитывается.

Если имеется более двух вычислительных ошибок или решение не доведено до конца, то оно не засчитывается.

21 Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 5, & \text{если } x < -2 \\ 1, & \text{если } -2 \leq x \leq 2 \\ 2x - 3, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

//Ответ: $\frac{1}{2} < k < 2$. Другие возможные формы ответа: $k \in (\frac{1}{2}; 2)$ или $(\frac{1}{2}; 2)$.

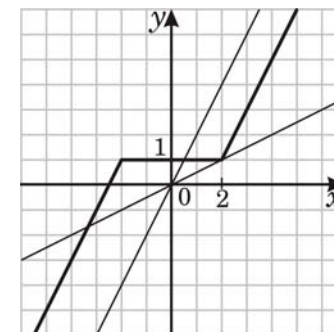
//Решение. Построим ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} 2x + 5, & \text{если } x < -2 \\ 1, & \text{если } -2 \leq x \leq 2 \\ 2x - 3, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

Прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках эту ломаную, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку $(2; 1)$, и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямой $y = 2x - 3$ и $y = 2x + 5$.

Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $(2; 1)$: $1 = 2k$, $k = \frac{1}{2}$. Угловой коэффициент k прямой, параллельной прямой $y = 2x - 3$, равен 2.

Прямая $y = kx$ имеет с ломаной три общие точки при $\frac{1}{2} < k < 2$.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно построена ломаная, верно найдено множество значений коэффициента k .
3	Правильно построена ломаная, решение доведено до конца, но вместо строгого неравенства при записи множества значений k записано нестрогое неравенство.
2	Правильно построена ломаная, получено одно из неравенств ($k > \frac{1}{2}$ или $k < 2$), но вторая граница значений k не указана.
1	Идея решения присутствует, но оно не доведено до конца: а именно, построена ломаная и проведены две граничные прямые или какая-нибудь прямая, пересекающая ломаную в трех точках, дальнейшие шаги отсутствуют.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Если график построен неправильно, или график построен правильно, но дальнейшие шаги отсутствуют, то решение не засчитывается.