

**Справка  
о результатах государственной (итоговой) аттестации по алгебре  
по новой форме в 2006 г.**

Письменный экзамен по алгебре в 9-х классах по новой форме в 2006 г. проводился более чем в 50-ти субъектах Российской Федерации. Всего экзамен сдавало около 250 тыс. учащихся. Таким образом, охват территорий и учащихся, участвовавших в итоговой аттестации по новой форме, в этом году существенно расширился, выйдя за рамки эксперимента по введению профильного обучения.

Для аттестации использовались четыре экзаменационные работы, по четыре варианта каждая. Все они составлялись на основе единой спецификации, разработанной в ходе эксперимента и скорректированной с учетом условий первичного массового проведения нового экзамена.

В силу условий, предусмотренных государственным контрактом «Совершенствование и апробация механизмов и содержания государственной (итоговой) аттестации выпускников 9-х классов общеобразовательных учреждений по новой форме в условиях построения ОСОКО», компьютерной обработке и анализу были подвергнуты результаты по трем субъектам РФ, которые и составили основу Справки. В ней представлены данные по трем экзаменационным работам из четырех (06-1, 06-2 и 06-4) с общим охватом 22941 учащийся. Подчеркнем, что эти территории входили в число девяти, с самого начала принимавших активное участие в разработке и апробации новой системы государственной (итоговой) аттестации в рамках эксперимента по введению профильного обучения.

В то же время, в Рособрнадзор поступили отчеты о проведении экзаменов из органов управления образованием из других субъектов РФ, содержащие анализ выполнения работ учащимися, отзывы о новой форме аттестации, некоторые предложения. Эти результаты внимательно изучаются и будут учтены в дальнейшей работе. Кроме того, некоторые материалы из регионов будут доведены до сведения педагогической общественности через средства массовой информации.

### **1. Общая оценка результатов выполнения экзаменационной работы**

Во всех трех территориях, результаты которых использованы для составления данной справки, ведется большая работа по овладению технологией проведения нового экзамена, адаптации учащихся к новым содержательным аспектам проверки, а также целенаправленная методическая работа по совершенствованию преподавания. В силу специфичности представленной выборки полученные результаты, естественно, не могут отражать картины по всей совокупности учащихся, писавших экзамен в 2006 году. В то же время, они, безусловно, представляют самостоятельный интерес с точки зрения возможности изучения опыта внедрения новой системы аттестации и повышения качества математической подготовки учащихся основной школы.

С экзаменационной работой справилась подавляющая часть выпускников. Отметку «2» получили около 1% учащихся, отметку «3» - 37%, отметку «4» - 42% и отметку «5» - 20% учащихся.

**Таблица 1. Отметки**

Аттестационная отметка	Количество учащихся	% учащихся
«2»	163	0.71
«3»	8378	36.52
«4»	9738	42.45
«5»	4662	20.32

При этом 60% выпускников подтвердили свою годовую отметку, 33% - повысили и только 7% - понизили.

Новой составляющей оценки, повышающей информативность традиционной отметки, является рейтинг, начисляемый учащемуся как сумма заранее установленных баллов за верное выполнение каждого задания работы. Основное его назначение – расширение диапазона отметок «4» и «5» и более детальная их дифференциация. Рейтинг связан с отметкой по пятибалльной шкале следующим образом:

- менее 4 баллов – отметка «2»,
- от 4 до 7 баллов – отметка «3»,
- от 8 до 15 баллов – отметка «4»
- от 16 до 30 баллов – отметка «5».

Схема 1

1	3	4	7	8	15	16	30
«2»		«3»		«4»		«5»	

Введение рейтинга позволило использовать больше градаций для характеристики подготовки успевающих учащихся. Так, немного более половины выпускников, получивших отметку «4» (или 28% от общего числа учащихся), имеют рейтинг 8-10 баллов. Это «минимальная четверка», характеризующая, в основном, подготовку тех учащихся, которые выполнили 12-16 заданий первой части и одно несложное из второй. В то же время можно выделить достаточно большую группу сильных «четверочников»; их рейтинг составил 13-15 баллов, их уровень подготовки можно считать близким к «пятерке». У них в полной мере сформированы базовые знания и умения, и они способны находить пути решения задач в ситуациях, отличающихся от стандартных. Как и в прошлом году, это примерно треть получивших отметку «4» (14% от общего числа учащихся).

Выпускники, получившие отметку «5», естественным образом подразделяются на три группы. Примерно половина таких учащихся (10% от общего числа учащихся) имеют «минимальную пятерку» с рейтингом 16-19 баллов. «Пятерку» с высоким рейтингом – от 20 до 26 баллов – имеют примерно треть «пятерочников» (7% от общего числа учащихся). И, наконец, «пятерку» с очень высоким рейтингом – 27-30 баллов – имеют около 3% учащихся. Содержательно «пятерку» с высоким рейтингом можно охарактеризовать следующим образом: это учащиеся, которые показали свободное владение материалом на базовом уровне, умение решать задачи повышенных уровней сложности из различных разделов курса, включая и наиболее трудные из предложенных в экзаменационной работе (решили хотя бы одну задачу «на 6 баллов»). Последняя группа «пятерочников» - это в основном те девятиклассники, которые справились полностью или с небольшими недочетами со всей работой.

## 2. Результаты выполнения заданий первой части экзаменационной работы.

### 2.1. Анализ по содержательным блокам

Первая часть экзаменационной работы, направленная на проверку достижения уровня базовой подготовки, включала задания по следующим содержательным блокам: числа; буквенные выражения; преобразование выражений; уравнения; неравенства; функции и графики; последовательности и прогрессии.

В соответствии с общим планом экзаменационной работы задания первой части распределялись по трем уровням трудности (предполагаемый процент верного выполнения задания): более 80%, от 70% до 80% и от 55% до 70%. Первому из указанных уровней должна была соответствовать примерно половина заданий работы, последнему – не более четверти. Понятно, что уровень трудности конкретного задания – меняющийся показатель; он напрямую зависит от ряда факторов, в частности, от той методической

работы, которая проводится в школе под влиянием содержания экзамена. Поэтому, в силу соответствующих особенностей выборки реальное распределение заданий по уровням несколько отклонилось от планируемого: некоторые типы заданий, по результатам прошлых лет отнесенные к трудным, для данной категории школьников перешли в разряд средних.

Далее в таблицах 2–6 представлены результаты выполнения заданий, по перечисленным выше содержательным блокам.

Таблица 2. Числа

№	Содержание задания	Выполнили верно	Не приступили
1.	Выражение в процентах изменения величины (уменьшения или прироста)	86%	0,9%
2.	Сравнение долей величины, выраженных дробью и в процентах	91%	0,2%
3.	Сравнение рациональных чисел -обыкновенной дроби и десятичной дроби -отрицательного числа и третьей степени этого же числа	81% 90%	1,0% 0,4%
5.	Представление числа, записанного в стандартном виде, десятичной дробью	93%	0,1%
6.	Решение текстовой задачи на нахождение отношения двух чисел	82%	0,7%
7.	Определение знаков сумм и произведений чисел, заданных точками на координатной прямой	91%	0,2%
8.	Установление отношения порядка для чисел $a$ , $a^2$ и $\frac{1}{a}$ в ситуации, когда число $a$ обозначено точкой на координатной прямой в промежутке $(0; 1)$ или $(-1; 0)$	71%	1,2%
9.	Применение признаков делимости	96%	0,2%

В целом учащиеся продемонстрировали достаточно хорошее владение материалом этого содержательного блока. Результаты выполнения восьми из девяти включенных в экзаменационные работы заданий находятся в диапазоне от 81 до 96%, и только по одному заданию результат составляет 71%. При этом доля учащихся, не приступивших к выполнению того или иного задания, незначительна. В то же время, анализ ответов, выбиравшихся девятиклассниками, позволяет дать некоторый перечень ошибочных представлений школьников, которые следует иметь в виду в практике преподавания.

При решении задачи на выражение в процентах изменения рассматриваемой величины (например, на сколько процентов изменилось количество книг в библиотеке, если их было 50 тыс., а стало 56 тыс.) учащиеся указывали в качестве ответа разность рассматриваемых величин, отождествляя, по-видимому, обороты речи «на сколько изменилась величина» и «на сколько процентов изменилась величина». Кроме того, считали ответом в этой задаче частное от деления большего числа на меньшее, а также, вызвав нужное отношение десятичной дробью, «забывали» умножить ее на 100 (например, указывали 0,05% вместо 5%). К решению второй задачи на проценты приступили практически все учащиеся, а не справились с ней менее 10% экзаменуемых.

Такие же, или даже несколько лучшие результаты продемонстрированы при выполнении заданий на сравнение отрицательного числа и куба этого числа, а также на переход от записи числа в стандартном виде к десятичной дроби. Последнее отметим особо. Достигнутый результат, по-видимому, является следствием целенаправленной методической работы - в предыдущие годы с подобным заданием справлялось меньше учащихся.

В то же время, 18% девятиклассников не смогли сравнить два рациональных числа – обыкновенную и десятичную дроби (например, 0,82 и  $\frac{7}{8}$ ). То есть, почти пятая часть школьников, «поднявшись до высот» темы «Действительные числа», не владеет элементарным базовым умением.

Примерно столько же учащихся испытывают затруднения при нахождении отношения двух чисел, заданных условием текстовой задачи. К выполнению этого задания приступили практически все учащиеся, поэтому можно считать, что сам термин «отношение» и постановка вопроса им понятны, а проблема заключается в ошибке при выборе нужного отношения, что еще раз свидетельствует об известном недостатке в подготовке школьников – неспособности разобраться в простейшей фабule.

Значительная разница обнаружилась в результатах выполнения двух заданий, в которых числа были заданы точками на координатной прямой, требовалось проанализировать некоторые общие утверждения и найти среди них верные и неверные. Знание правил знаков при сложении и умножении чисел, которые составляли сущность первого задания, продемонстрировали 91% учащихся. Но только 71% девятиклассников справились с задачей упорядочивания чисел  $a, \frac{1}{a}, a^2$ , где  $0 < a < 1$  или  $-1 < a < 0$ . При этом была выявлена ошибка, которая может быть отнесена к массовой: более 20% учащихся считают, что  $\frac{1}{a}$  меньше  $a$  и  $a^2$  больше  $a$  независимо от значения  $a$ .

Таблица 3. **Выражения, преобразование выражений**

№	Содержание задания	Выполнили верно	Не приступили
1.	Нахождение значения буквенного выражения, содержащего переменную под знаком корня	89%	1,3%
2.	Установление, каким числом является значение буквенного выражения, содержащего переменную под знаком корня – рациональным или иррациональным	80%	1,9%
3.	Составление по рисунку буквенного выражения для нахождения площади фигуры	80%	1,9%
4.	Составление буквенного выражения по условию задачи «на проценты»	80%	0,8%
5.	Выражение из физической формулы одной величины через другие	89%, 91%	0,3%
6.	Выполнение действий со степенями с натуральным показателем	87%	0,6%
7.	Преобразование целого выражения в многочлен	80%, 81%	2,6%
8.	Сокращение алгебраической дроби	91%	1,7%
9.	Умножение алгебраических дробей	87%	2,8%
10.	Нахождение произведения алгебраической дроби и целого выражения	83%	
11.	Нахождение частного алгебраической дроби и целого выражения	77%	
12.	Применение тождества $(\sqrt{a})^2 = a$ для преобразования числового выражения	89%	0,3%

Остановимся на характеристике выполнения учащимися тех заданий, по которым результаты оказались ниже 85%.

В работы были включены два задания на нахождение числового значения выражения, содержащего переменную под знаком квадратного корня. Но если в одном задании требовалось просто указать результат вычисления, то в другом нужно было решить несложную задачу: среди данных чисел найти то, при котором значение

выражения есть число рациональное (или иррациональное). Такое изменение формулировки задания привело к снижению результата выполнения почти на 10%. Можно констатировать, что практически пятая часть учащихся не владеет терминами «рациональное число» и «иррациональное число», а 6% неосознанно подменяет поставленную задачу другой: указать значение переменной, при которой выражение не имеет смысла.

Около 20% учащихся не справились с заданием на составление буквенного выражения по условию текстовой задачи, в котором фигурировали проценты. (Товар стоил  $x$  р. Сколько он стал стоить после снижения цены на 40%?). При этом почти половина из не справившихся (9%) ограничиваются лишь первым действием и выбирают ответ  $0,4x$  вместо  $x - 0,4x$ .

Также около 20% учащихся не справились с задачей, в которой требовалось найти площадь фигуры, заданной рисунком. Анализ ответов показал, что больше половины таких девятиклассников (11%) выбирают подходящее выражение по «внешнему» признаку. Возможно, они рассуждают так: у прямоугольника вырезан угол, поэтому что-то должно вычитаться; подходит ответ вида  $a^2 - ab - b^2$ .

С заданиями на преобразование алгебраических выражений справились от 81 до 91% учащихся. Наиболее низкий результат (81%), как и предполагалось, показан по заданию на умножение (или деление) алгебраической дроби на целое выражение. Для сопоставления: умножение двух алгебраических дробей правильно выполнили 87% девятиклассников. Включение целого выражения в задание на алгебраические дроби, как и обычно, представило определенную трудность для учащихся.

Таблица 4. Уравнения и неравенства

№	Содержание задания	Выполнили верно	Не приступили
1.	Решение полного квадратного уравнения	93%, 84%	2,8%, 1,4%
2.	Решение неполного квадратного уравнения	85%	2,6%
3.	Составление уравнения по условию задачи: -движение по течению реки и против течения -нахождение площади заданной фигуры -прохождение двумя объектами одного и того же пути	63% 68% 54%	1,5% 2,1% 13%
4.	Графическая интерпретация уравнения с двумя переменными, системы двух уравнений с двумя переменными: -определение принадлежности точки $(x; y)$ графику уравнения; -графическое решение системы двух уравнений с двумя переменными (по готовым графикам); -выбор с опорой на готовые графики системы двух линейных уравнений с двумя переменными, имеющей заданное решение	86% 90% 76%	1,9% 0,2% 1,3%
5.	Решение линейного неравенства	84%	0,7%
6.	Решение квадратного неравенства (вида $x^2 > a$ )	75%	0,5%
7.	Применение свойств числовых неравенств	83%	1,5%
8.	Соотнесение геометрического и алгебраического определений отношений «больше» и «меньше» между числами	93%	1,2%

Из таблицы видно, что в целом учащиеся показали хорошее владение материалом по блоку «Уравнения». Результаты выполнения основной части заданий находятся в диапазоне 85 – 93%. Вместе с тем выявились определенные трудности.

Одна из таких проблем связана с пониманием графической интерпретации решения системы уравнений. Если первые две задачи, являющиеся «прямыми», выполнены

подавляющим большинством школьников, то с третьей не справились примерно четверть выполнявших соответствующую работу. Ее отличие от предыдущих задач состояло в том, что, опираясь на рисунок, содержащий координатную плоскость с проведенными в ней тремя прямыми, учащиеся должны были выбрать систему двух линейных уравнений, удовлетворяющую заданному условию: не имеющую решений, имеющую решением пару положительных чисел и пр. Иными словами, формулировка задачи отличалась от стандартной, и для правильного ответа требовалось осознанное понимание связи алгебраической и графической трактовки решения системы уравнений с двумя переменными, которого, очевидно, нет у значительной части девятиклассников.

Наиболее трудным для учащихся, как и в предыдущие годы, оказалось составление уравнения по условию текстовой задачи – от 54% до 68% правильных ответов. Это наиболее низкий результат по первой части всех экзаменационных работ. Анализ ответов при решении задач «на движение по реке» показал следующее. В большинстве своем девятиклассники правильно выражают через  $x$  неизвестные величины и демонстрируют понимание зависимости между скоростью, временем и расстоянием. Однако значительная часть учащихся ошибается непосредственно при составлении уравнения, неверно интерпретируя ключевое условие задачи – заданную разницу между временем, затраченным на путь против течения и на путь по течению реки: более четверти школьников не смогли разобраться, какая из величин больше. При этом в вариантах, где соотношение между временем было обозначено явным образом (употреблялось слово «больше»), эту ошибку допустили 18 – 25% девятиклассников. В случае же, когда соотношение было слегка «зашифровано» (употреблялось слово «быстрее»), ошиблись при составлении разности уже 27 – 33% школьников.

Задача «на площади» сопровождалась чертежом (геометрической иллюстрацией условия), который помогал составить уравнение. Однако от 15 до 22 % учащихся выбрали наиболее «поверхностный» ответ, не сумев соотносить чертеж с условием задачи. Таким образом, при решении как первой, так и второй задач учащиеся проявили неумение анализировать текст задачи, адекватно понимать вербальную фабулу. Это подтверждает еще раз вывод, сделанный по результатам решения текстовых задач из блока «Числа».

Несформированность умения переводить условие задачи на язык уравнений еще ярче подчеркивается результатами выполнения третьей из приведенных в таблице задач. Она была предложена в форме задания с открытым ответом (кратким). И хотя объективно она является наиболее простой, результат ее выполнения наиболее низкий, а процент учащихся, не приступивших к решению, равен 13 (против 0,1% - 3% по всем остальным заданиям).

С заданиями по теме «Неравенства» справились от 75 до 93% выпускников. Задание на решение линейного неравенства при составлении текстов работ было отобрано в качестве «якорного», оно без изменений присутствовало во всех четырех работах. Результаты его выполнения следует признать хорошими. Однако анализ ответов позволил выявить типичную ошибку, допускаемую учащимися при решении линейных неравенств: при делении обеих частей неравенства на отрицательное число от 10 до 15% учащихся по разным вариантам не изменяют знак неравенства на противоположный.

Как и ожидалось, наиболее трудным из этой серии оказалось решение квадратного неравенства. Четверть выпускников не справились с простейшей ситуацией:  $x^2 > a$  ( $x^2 < a$ ). При этом хоть и незначительно, но хуже справились с решением неравенства, содержащего знак «больше»: 72-73% верных ответов. Неравенство со знаком «меньше» решили 79-81% учащихся. Ошибки и в том и в другом случае одни и те же. Наиболее типичная ошибка состоит в том, что учащиеся формально «извлекают» квадратный корень из левой и правой частей неравенства. В результате, при решении, например, неравенства  $x^2 > 64$  ( $x^2 < 64$ ) получают ответ:  $x > 8$  ( $x < 8$ ). Такую ошибку допустили от 10% до 13% девятиклассников при решении неравенства вида  $x^2 < a$ , и от 14% до 16% при решении неравенства вида  $x^2 > a$ . Эта тенденция проявляется стабильно. Другая типичная

ошибка состоит в том, что учащиеся указывают множество решений, соответствующее неравенству противоположного знака: от 10 до 12% при решении неравенства вида  $x^2 > a$  и 7% при решении неравенства вида  $x^2 < a$ .

Таблица 5. Функции и графики

№	Содержание задания	Выполнили верно	Не приступили
1.	Выяснение, пересекаются ли с осью $x$ графики конкретных функций, заданных формулами вида $y = ax^2 + c$	82%	3,0%
2.	Определение знаков коэффициентов $k$ и $b$ в уравнении $y = kx + b$ по графику линейной функции	78%	0,7%
3.	Чтение графика квадратичной функции	73%	3,0%
4.	Интерпретация графиков реальной зависимости: -движение двух объектов в одном направлении -сопоставление графика бега двух спортсменов -сравнение двух схем оплаты телефонных разговоров	69% 77% 60%	2,6% 4,6% 2,0%

Распределение заданий этого блока с точки зрения овладения учащимися соответствующими знаниями и умениями соответствует прогнозируемому. Достаточно хорошие результаты (82%) показаны при выполнении задания, направленного на проверку знания зависимости расположения графика квадратичной функции  $y = ax^2 + c$  относительно оси  $x$  при конкретных значениях  $a$  и  $c$ . И только немногим хуже (78%) оказался результат выполнения задания, в котором требовалось по графику линейной функции определить знаки коэффициентов в уравнении  $y = kx + b$ . Это обстоятельство заслуживает внимания, т.к. предыдущие исследования показывали, что у значительной части школьников (практически у половины) отсутствовали обобщенные представления о графике линейной функции.

Можно предположить, что в данном случае мы имеем подтверждение того, что специальное внимание к некоторым вопросам, продуманная методическая работа могут привести к качественным изменениям в подготовке учащихся.

Несколько хуже выполнили учащиеся задания на чтение графика квадратичной функции (73%). Анализ выбора ответов девятиклассниками показал, что неверные представления связаны со всем спектром заложенных в дистракторах ошибок. Так, учащиеся указывают в качестве наименьшего (или наибольшего) значения квадратичной функции ординату точки пересечения с осью  $y$ , ошибаются в геометрической трактовке записи типа  $f(-3) = 0$ , в определении промежутков знакопостоянства. Но наиболее часто учащиеся затрудняются при указании промежутков возрастания или убывания квадратичной функции (16% учащихся в той или иной ситуации допускают соответствующую ошибку).

Результаты выполнения трех задач на интерпретацию графиков реальных зависимостей оказались различными. В каждой из задач «фигурировали» два графика. Лучше всего учащиеся справились с задачей, в которой нужно было сопоставлять графики бега двух спортсменов (77%). Несколько более низкий результат (69%) показан при решении задачи о движении двух объектов в одном или противоположных направлениях. При анализе выбранных ответов выяснилось, что около 15% учащихся упускают существенные детали условия, не полностью считывая информацию с графика (не учитывают, что время отправления объектов различно).

Наиболее трудной для школьников оказалась задача, в которой нужно было сопоставить две схемы начисления ежемесячной платы за телефонные разговоры (60%). Это обстоятельство можно объяснить следующим. При решении указанных выше задач учащиеся могли получить по графикам нужные количественные характеристики и найти ответ вычислением. В последней задаче ситуация иная: она требует рассуждений, а также

трактовки в контексте задачи житейского слова «выгоднее» (например, выгоднее, если за те же деньги можно больше говорить).

**Таблица 6. Последовательности и прогрессии**

№	Содержание задания	Выполнили верно	Не приступили
1.	Решение задачи, требующей умения находить члены последовательности, заданной формулой $n$ -го члена	74%	2,6%
2.	Решение простейших задач на понятие арифметической прогрессии	84%	5,6%
3.	Решение простейших задач на понятие геометрической прогрессии	73%	10%

Первая из представленных в таблице задач, оказалась для учащихся легче, чем предполагалось. В предыдущие годы аналогичные задачи, хотя и не требующие большого объема знаний, но не сводящиеся к известному алгоритму, безусловно, относились к категории трудных. Переход ее в другую категорию является прямым следствием проведенной методической работы и свидетельствует о том, что для всех учащихся можно несколько менять акценты в обучении, не ограничиваясь формированием на базовом уровне лишь умения применять стандартные алгоритмы.

Из двух следующих задач, как и предполагалось, более трудной оказалась задача на геометрическую прогрессию. Показательно, что эти две задачи совершенно аналогичны. И в той, и в другой один из последовательно выписанных членов прогрессии был обозначен буквой, и его требовалось найти; и в ту и в другую были включены некоторые вычислительные трудности; решение каждой из задач основывалось лишь на знании того, что такое арифметическая или геометрическая прогрессия. Однако результаты задачи «на геометрическую» прогрессию более чем на 10% хуже, чем «на арифметическую». Следует отметить, что это стабильная ситуация, она, в частности, проявилась и в этом году в результатах выполнения заданий повышенного уровня по этой теме.

## 2.2. Анализ по познавательным категориям

Результаты выполнения экзаменационных работ были проанализированы по группам заданий, относящихся к одной из четырех познавательной категории:

- знание и понимание основных элементов содержания (понятий, их свойств, приемов решения задач и пр.);
- умение применить известный алгоритм;
- умение применить знания к решению математических задач, не сводящихся к непосредственному применению известного алгоритма;
- умение применить знания в простейших практических ситуациях.

Эти результаты представлены в таблице 7.

**Таблица 7. Познавательные категории**

Познавательная категория	Проверяемые элементы подготовки	Выполнили верно
Знание / понимание	Понимание стандартного вида записи числа	93%
	Знание признаков делимости	96%
	Знание правил знаков при сложении и умножении положительных и отрицательных чисел, понимание информации о числах, представленной на координатной прямой	91%



	Понимание условия принадлежности точки координатной плоскости графику уравнения	86%
	Понимание графической интерпретации решения систем двух уравнений с двумя переменными	82, 76%
	Знание зависимости между знаком разности $a - b$ и неравенством, связывающим эти числа, понимание геометрической интерпретации отношений порядка между числами	93%
	Знание свойств неравенств	83%
	Представление о расположении в координатной плоскости графика функции вида $y = kx + b$ в зависимости от знаков коэффициентов $k$ и $b$	78%
	Понимание того, как расположены относительно оси $x$ конкретные графики функции вида $y = ax^2 + c$	82%
	Чтение графика квадратичной функции, понимание графического представления свойств функций	73%
Применение изученных алгоритмов	Сравнение рациональных чисел: -обыкновенной дроби и десятичной дроби -отрицательного числа и третьей степени этого же числа	86% 90%
	Нахождение значения буквенного выражения, содержащего переменную под знаком корня	89%
	Выполнение действий со степенями с натуральным показателем	87%
	Преобразование целого выражения в многочлен	80, 81%
	Сокращение алгебраической дроби	91%
	Действия с алгебраическими дробями	81, 87%
	Применение тождества $(\sqrt{a})^2 = a$ для преобразования числового выражения	89%
	Решение полного квадратного уравнения	84-93%
	Решение неполного квадратного уравнения	85%
	Решение линейного неравенства	85%
	Решение квадратного неравенства (вида $x^2 > a$ )	75%
Решение задач	Распознавание задачи о нахождении значения квадратного корня в контексте нестандартной постановки	80%
	Составление уравнения по условию задачи	54,64,68%
	Умение «считывать» нужную информацию о числах, заданных точками на координатной прямой, и использовать ее для определения знаков произведений и сумм этих чисел	91%
	Установление отношения порядка для чисел $a$ , $a^2$ и $\frac{1}{a}$ в ситуации, когда число $a$ обозначено точкой на координатной прямой в промежутке $(0; 1)$ или $(-1; 0)$	71%
	Составление выражения по условию задачи	80%
	Решение задачи на нахождение отношения двух чисел	82%
	Решение простейших задач, требующих владения понятием формулы $n$ -го члена последовательности	74%
	Решение простейших задач на понятие арифметической прогрессии	84%
	Решение простейших задач на понятие геометрической прогрессии	73%
	Выражение из физической формулы одной величины через другие	89-91%
Практическое применение	Решение простейших задач на проценты: -выражение изменения величины в процентах -сравнение долей величины, выраженных дробью и в процентах	86% 91%
	Интерпретация графиков реальной зависимости	60,69,77%

Результаты выполнения основной части заданий по категории «знание/понимание» превосходит 80%. «Выпадает» из этого интервала группа заданий, в которых учащимся

приходилось соотносить информацию, представленную на алгебраическом и геометрическом языках (см. 5, 8, 10 строки таблицы). Владение соответствующим кругом вопросов характеризует определенную системность и обобщенность знаний. У учащихся, не сумевших ответить на эти вопросы, они отсутствуют.

Из общего благополучного фона результатов, показанных учащимися по категории «применение изученных алгоритмов», выпадает задание на решение квадратного неравенства.

Результаты выполнения основной части заданий по категории «решение задач» находятся в диапазоне от 54% до 84%. Как и в прошлом году, решение задач — наиболее уязвимая сторона подготовки школьников. Наибольшую трудность для учащихся по-прежнему представляет составление уравнения по условию текстовой задачи.

Что касается умения применять знания в практических ситуациях, то здесь наиболее низкие результаты показаны при решении задач на чтение графиков реальных зависимостей.

### 3. Результаты выполнения заданий второй части экзаменационной работы

В соответствии с концепцией экзамена назначение второй части работы — дифференцированная проверка алгебраической подготовки учащихся на повышенных уровнях. В анализируемых экзаменационных работах задания второй части в своей совокупности представляли все выделенные для контроля (в соответствии со спецификацией) блоки содержания: выражения и их преобразования, уравнения и системы уравнений, неравенства, функции, координаты и графики, арифметическая и геометрическая прогрессии, текстовые задачи. Содержание заданий второй части экзаменационных работ и результаты их выполнения представлены в таблице 8.

Таблица 8. Выполнение заданий второй части

№ п/п	Содержание заданий	Число баллов	Верно выполнили	Не приступили
1.	<b>Выражения, преобразование выражений:</b> -преобразование числового выражения, содержащего квадратные корни -нахождение наибольшего (наименьшего) значения выражения с двумя переменными	2 6	60% 7%	18% 79%
2.	<b>Уравнения, системы уравнений:</b> -решение дробно-рационального уравнения -решение системы двух линейных уравнений с двумя переменными (дробные коэффициенты) -нахождение суммы $x + y + z$ как следствия системы двух линейных уравнений с переменными $x, y, z$	2 2 6	56% 55% 38%	24% 32% 48%
3.	<b>Текстовые задачи:</b> -на производительность -на движение	4 4	20% 30%	65% 58%
4.	<b>Неравенства:</b> -исследование системы двух линейных неравенств, содержащих буквенный коэффициент -решение системы неравенств вида $\begin{cases} (ax^2 + bx + c)^2 \leq 0 \\ (ax^2 + bx + c)^2 \geq m, \end{cases}$ где $m > 0$	6 6	22% 16%	49% 65%
5.	<b>Прогрессии:</b> -задача на арифметическую прогрессию	4	13%	71%

	-задача на арифметическую и геометрическую прогрессию	6	4%	89%
6.	<b>Координаты и графики:</b>			
	-нахождение координат точки пересечения окружности и графика $y =  x $ , указанной на рисунке	4	40%	44%
	-нахождение точек пересечения с осью $x$ параболы вида $y = ax^2 + c$ , заданной координатами вершины и еще одной точки	4	23%	55%
7.	<b>Функции:</b>			
	-построение графика функции с «выколотой» точкой, нахождение множества значений аргумента, при которых функция положительна (отрицательна)	4	19%	46%
	-построение графика кусочно-заданной функции и анализ взаимного расположения этого графика и прямой $y = t$	6	24%	52%

Первые задания во всех трех работах были направлены на проверку владения учащимися формально-оперативными навыками на уровне, минимально необходимом для полноценного усвоения курса: преобразование выражений, решение уравнений, решение систем уравнений. С ними справилось от 55 до 60% школьников, что соответствует планируемому уровню трудности и отражает реальный процент учащихся, которые обучаются на «4» и «5».

Остальные задания (на 4 и 6 баллов) не носили алгоритмического характера, и для их решения требовалась определенная эвристика. Результат выполнения этих заданий не всегда укладывался в рамки планируемого уровня трудности.

Так, более трудной, чем предполагалось, оказалась задача на построение графика функции с «выколотой» точкой. Выборочный просмотр работ показал, что учащиеся, неверно решившие эту задачу, не понимают ее идейной сути: даже выполнив верно формальные алгебраические преобразования, эти учащиеся никак не отразили полученный результат на графике. Это удивляет, так как такие задания есть во всех учебниках, понятие тождественного равенства дробных выражений уделяется достаточное внимание, и можно было бы ожидать более высоких результатов. По-видимому, понятие тождественного равенства дробных выражений изучается весьма формально.

Другой пример – задача на арифметическую прогрессию. Следует признать, что трудность задания в данном случае была разработчиками занижена. Его, по всей видимости, следовало отнести к заданиям на 6 баллов.

Отдельного обсуждения требуют результаты по решению текстовых задач. Обе предложенные задачи вполне традиционны, хотя и не являются простыми; они присутствуют во всех учебниках. Однако, если с более простой из этих двух задач (на движение) справилось около трети учащихся (что соответствует планируемому уровню трудности), то с немного более сложной (на производительность), содержащей больше логических шагов, чем первая задача, справилась лишь пятая часть выпускников. Стабильно низкие результаты при решении задач алгебраическим методом, наблюдаемые по различным исследованиям, говорят о том, что эта проблема носит общий методический характер, а не является проблемой конкретного учителя или класса. Очевидно, что она требует своего методического решения. Однако включение текстовых задач во вторую часть экзаменационной работы (и не только 6-балльных задач) необходимо и оправдано для выявления хорошо подготовленных выпускников. Те учащиеся, которые справляются с решением этих задач, безусловно, демонстрируют высокий уровень логического мышления, умение анализировать сложные тексты, умение строить алгебраические модели ситуаций, близких к реальным.

В то же время уровень некоторых задач требует уточнения, чему, в частности, способствуют и результаты экзамены. Это же относится и к некоторым другим видам заданий, как показывает приведенная выше таблица.

Анализ данных, представленных в последнем столбце таблицы 8, представляет сделать заключение о том, что учащиеся стали более осмысленно и дифференцированно относиться к выбору задач для решения и в большей степени соотносить его со своими возможностями. Если в прошлом году практически все приступали к выполнению всех задач (при большом проценте неверных решений), то в этом году картина иная: так по конкретным заданиям на 4 и 6 баллов процент не приступивших колеблется от 44 до 89. Это свидетельствует о достаточной информированности выпускников этого года о системе оценивания выполнения экзаменационной работы.